4-2 施工测量控制网的建立

4-2-1 坐标系统及坐标换算

4-2-1-1 坐标系统

1. 施工坐标系统

在设计总平面图上，建筑物的平面位置系用施工坐标系统的坐标来表示。坐标轴的方向与主建筑物轴线的方向相平行，坐标原点应虚设在总平面图西南角上，使所有建筑物坐标皆为正值。施工坐标系统与测量坐标系统之间关系的数据由设计书中给出。

有的厂区建筑物因受地形限制，不同区域建筑物的轴线方向不相同，因而布设相应区域的不同施工坐标系统。

2. 测量坐标系统

测量坐标系统，系平面直角坐标。一般有国家坐标系统、城市坐标系统等。若总平面图上设计是采用测量坐标系统进行的，则测量坐标系统即为施工坐标系统。

4-2-1-2 坐标换算

当施工控制网与测量控制网发生联系时，应进行坐标换算，以使它们的坐标系统统一。如图 4-15 所示，两坐标系的旋向相同，设 α 为施工坐标系（$AO'B$）的纵轴 $O'A$ 在测量坐标系（XOY）内的方位角，a、b 为施工坐标系原点O'在测量系内的坐标值，则 P 点在两坐标系统内的坐标X、Y 和A、B 的关系式为：

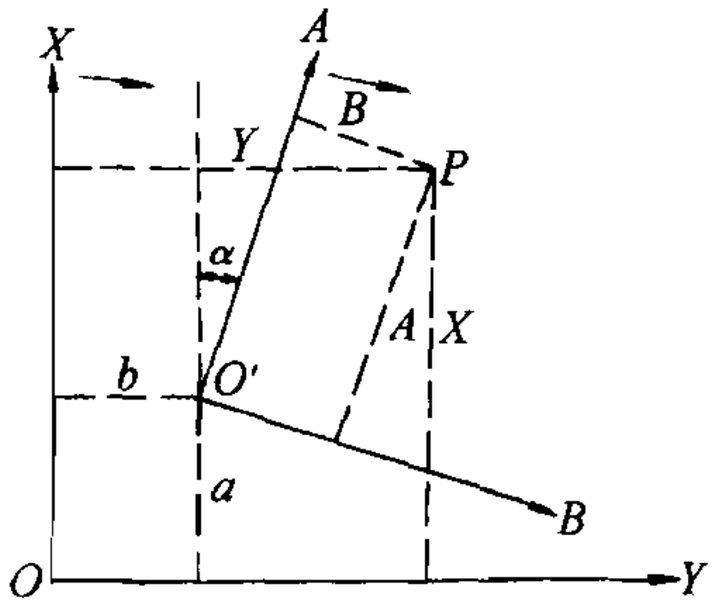


图 4-15 坐标值换算示意图

$$\left.\begin{aligned} X &= a + A\cos\alpha \mp B\sin\alpha \\ Y &= b + A\sin\alpha \mp B\cos\alpha \end{aligned}\right\} \tag{4-26}$$

以及

$$\left.\begin{aligned} A &= (X - a)\cos\alpha + (Y - b)\sin\alpha \\ B &= \mp(X - a)\sin\alpha \mp (Y - b)\cos\alpha \end{aligned}\right\} \tag{4-27}$$

设已知 P_1、P_2 两点在两系内的坐标值(图 4-16)，则可按下列公式计算出 α、a、b。

$$\alpha = \mathrm{tg}^{-1}\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \mp \mathrm{tg}^{-1}\frac{B_2 - B_1}{A_2 - A_1} \tag{4-28}$$

$$\left.\begin{aligned} a &= X_2 - A_2\cos\alpha \pm B_2\sin\alpha \\ b &= Y_2 - A_2\sin\alpha \pm B_2\cos\alpha \end{aligned}\right\} \tag{4-29}$$

下列公式可作复核之用

$$\left.\begin{aligned} a &= X_1 - A_1\cos\alpha \pm B_1\sin\alpha \\ b &= Y_1 - A_1\sin\alpha \mp B_1\cos\alpha \end{aligned}\right\} \tag{4-30}$$

如果两坐标系统的旋向不同（图 4-17），其坐标换算公式与上列各式形式相同，仅有关项要取下面的符号。

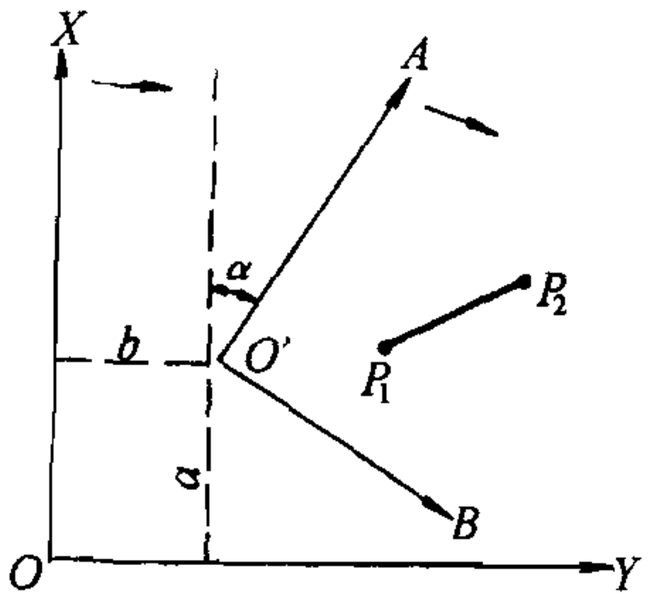


图 4-16　α 角换算示意图

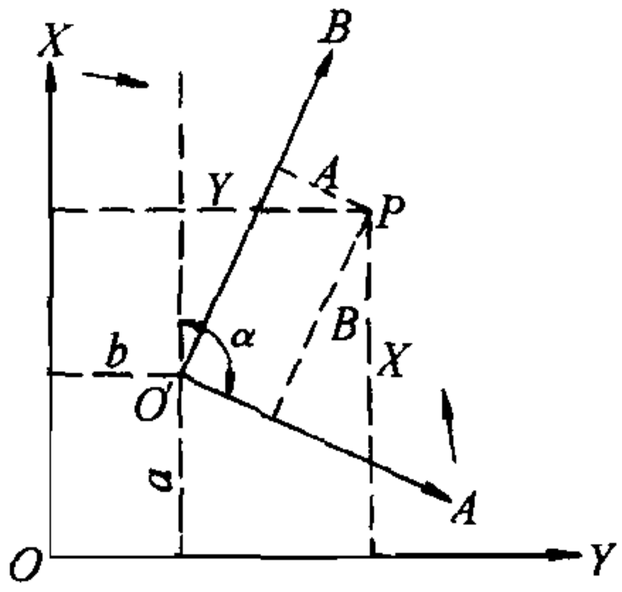


图 4-17　不同旋向坐标值换算示意图

4-2-2　建筑方格网和主轴线设计

4-2-2-1　建筑方格网设计

1. 设计的准备工作

(1) 收集绘有设计的和已有的全部建筑物、构筑物、交通线路的平面图和管线位置的综合平面图，最好是技术或施工图设计的总平面图，在图上应附有坐标和高程。

(2) 收集建筑场地的测量控制网资料。

(3) 收集施工坐标和测量坐标系统的换算数据 a、b 与 α（参阅图 4-15）。

当整个建筑场地有几个施工坐标系时，如图 4-18 所示。还要获得各系的坐标轴和整个场地的主坐标轴 MN 的交角 Q_i，交点 P_i 在施工坐标系中的坐标。

(4) 了解定线的精度要求。

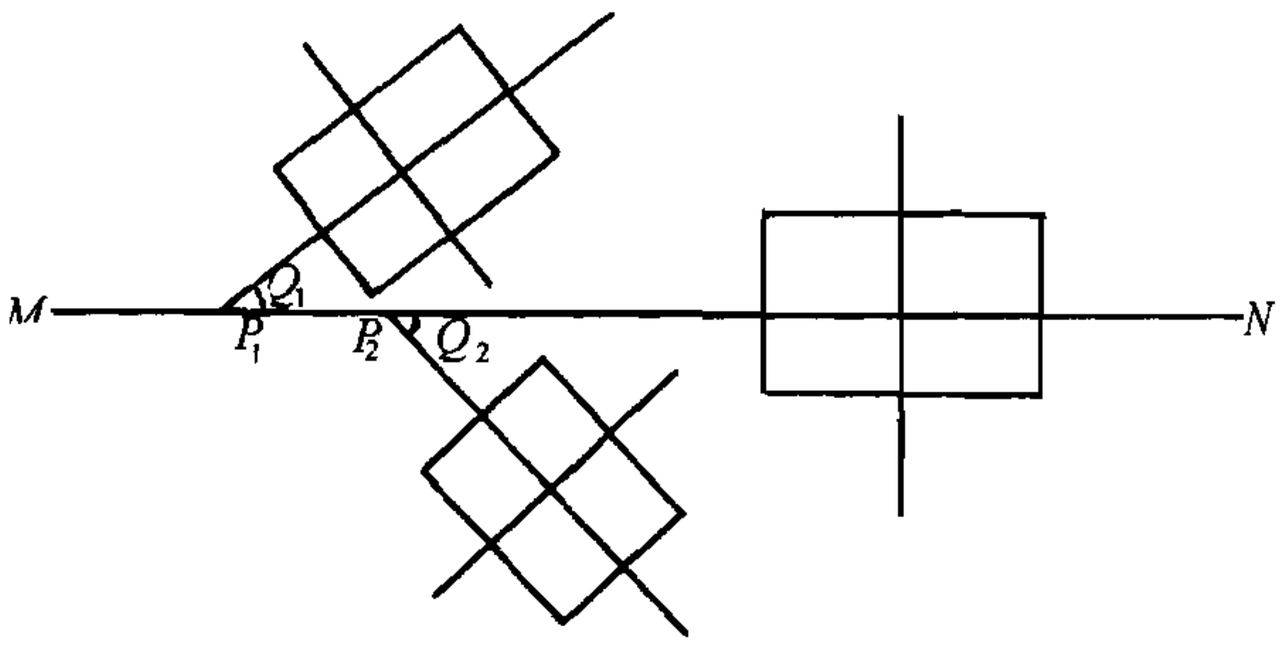


图 4-18　三个不同方向的轴线组成的施工坐标系统

2. 定线精度规格

第一种定线精度，要求满足各个设计对象的中心位置，放样误差符合设计的量计误差，即在同一生产系统的范围内各个设计对象中心位置之差。

第二种定线精度，要求满足每座建筑物本身各部分设计数据的定线精度。

第一种定线的误差，影响各厂房之间与联系设备之间的间隔，这方面的精度，一般要求不是很高的。

第二种定线的误差，影响该厂房内部间的相互关系，精度要求一般是比较高的。

由此可知，厂区方格网的测设精度主要满足第一种定线精度要求，厂房内部的定位，须另建一个矩形方格网（厂房控制网），来满足精度要求。

施工定位误差与建筑方格网的精度关系式应为

$$m_u \leqslant \pm 0.45 m_0 \tag{4-31}$$

式中　m_u——方格网的精度；

m_0——施工定位误差。

方格网与主轴线的精度关系式为

$$m \leqslant \pm 0.89 m_u \tag{4-32}$$

式中 m——主轴线的精度。

由此可知定线测量的第一种精度要求，对于方格网和主轴线的精度关系，可根据公式(4-31）和（4-32）求出。现根据各种不同的定线精度而求出主轴线和方格网的测设精度，见表 4-11。

主轴线和方格网的测设精度（m） **表 4-11**

m_0	定线的精度要求	0.10	0.20	0.40
m_u	方格网的点位中误差	0.045	0.09	0.18
m	主轴线的点位中误差	0.040	0.08	0.16

方格网的精度规定，要根据工业建设的规模和连续生产的复杂程度来决定，当遇到个别大型厂房，施工和生产机械复杂的施工场地，可按 0.1 定线精度来建立方格网。遇到中型厂房，施工和生产机械不太复杂的施工场地，可按 0.2 定线精度来建立方格网。至于小型厂房和不复杂的施工场地可以采用定线精度 0.4m 测定。

3. 方格网布设原则

建筑方格网的建立原则，由整体到局部，其程序一般采用先作整个控制建筑场地的主轴线，然后按各个局部不同精度要求来建立方格网，在布设时应注意下列要求：

（1）等级：当厂区面积超过 $1km^2$ 而又分期施工时，可分两级布网。其首级可以采用“田”字形、“口”字形或“+”字形。首级网下可采用Ⅱ级方格网分区加密。不超过 $1km^2$ 的厂区应尽量布成Ⅱ级全面方格网，网中相邻点应加以连接，组成矩形，个别地方有困难时，可以不连，允许组成六边形。

（2）方格网的密度：每个方格网的大小，要根据建筑物的实际情况而决定。方格的边长一般在 100～200m 为宜。若边长大于 300m 以上，中间加以补点。

（3）点位布置：便于方格网测量和施工定线需要来考虑，布设在建筑物周围、次要通道上或空隙处。坐标数值最好是 5 或 10m 的整倍数，不要零数。

（4）考虑方格点的标桩能长期保存，方格点不要落在开挖的基础上、埋设管线的范围内，或太靠近建筑物处。一般选择在建筑物附近空隙区，这样能长期保存。

（5）点的埋设要方便，造价经济。

4-2-2-2 主轴线设计

轴线点位置，应在总平面图上进行设计确定，应满足下列几条要求：

1. 主轴线应尽量位于场地中央，狭长场地也可在场地的一边，主轴线的定位点（主轴点）一般应不少于三个（包括轴线交点）。

2. 纵横轴线要互相垂直，若纵轴线较长时，横轴线应酌情加密，纵横轴线的长度能控制整个建筑物场地的范围。

3. 主轴线中，纵横轴各个端点应布置在场区的边界上，为便于恢复施工过程中损坏的轴线点，必要时主轴线各个端点可布置在场区外的延长线上。

4. 为便于定线，量距和标石保护，轴线点不要落在建筑物上，各种管线上和道路中。

4-2-3 主轴线的测设

4-2-3-1 主轴线点初步位置的测定方法及实地标定

1. 极坐标法

如图 4-19 所示，将测量控制点 No. 1、No. 2、No. 3 的坐标换算成建筑坐标系的坐标，并反算放样元素 φ_1、S_1、φ_2、S_2 和 φ_3、S_3。置经纬仪于测量控制点上，定出主轴线点 A、B、C 的概略位置，测定点位的精度可按式（4-21）估算。

2. 角度交会法

根据预先计算出的放样元素（交会轴线点的角度），在现场用两台经纬仪直接交会出点位，并到第三点上进行检查。交会法定点有两种方法，一种是两点前方交会定点，如图 4-20（a），对交会点相邻方向线交角 δ 以 90°为最好。此时可按式（4-22）计算交会点的精度。另一种为三点交会法，在三角形内交会时以 120°为最好图（4-20b），允许在 90°～150°之间；在三个站上或三角形外交会时应在 30°～120°之间（图 4-20c）。以三角形内交会点精度最高。

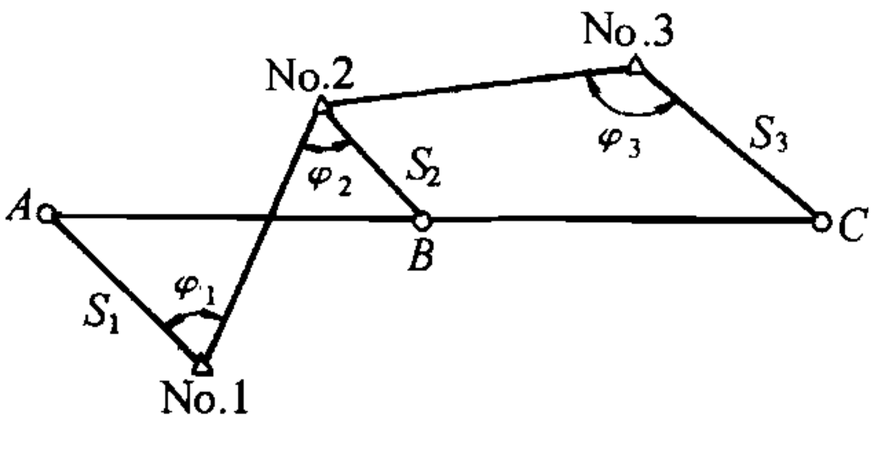


图 4-19　极坐标定点法

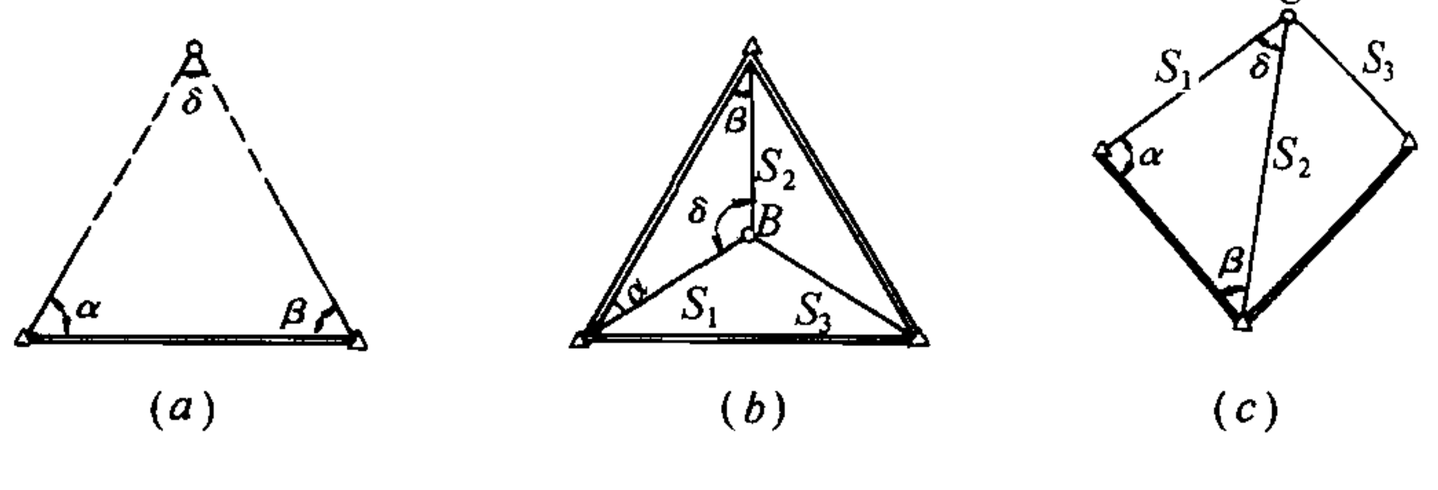


图 4-20　角度交会定点法

由于三点交会，三条方向线不会相交于一点，而必然产生一个误差三角形，误差三角形可用李曼法来消除，即按待定点至误差三角形各边的垂距与它至相应已知点之距离成正比的原则，得出三边垂线的交点，即为交会点的正确位置。

主轴点初步定位后，一般要求点位误差不超过 5cm。

3. 主轴点初步位置的实地标定

主轴线是整个场地的坚强控制，无论采用何种方法测定。都必须在实地埋设永久标桩。同时在投点埋设标桩时，务必使初步点位居桩顶的中部，以便改点时，有较大活动余地。此外在选定主轴点的位置和实地埋标时，应掌握桩顶的高程。一般的桩顶面高于地面设计高程 0.3m 为宜。否则可先埋设临时木桩，到场地平整以后，进行改点时，再换成永久性标桩。

4-2-3-2 主轴线点精确位置的测定和主轴线方向调整

1. 主轴线点精确位置的测定

按极坐标法或角度交会法所测定主轴点初步位置，不会正好符合设计位置，因而必须将其联系在测量控制点上，并构成简单的典型图形，如三角形中插入一点（图 4-20b），固定角插入一点（图 4-20c）等。然后进行三角测量和平差计算，求得主轴点实测坐标值，并将其与设计坐标进行比较，根据它们的坐标差，将实测点与设计点相对位置展绘于透明纸上，在实地以测量控制点定向，改正至设计位置。

一般要求主轴线定位点的点位中误差不得大于 5cm（相对于测量控制点而言）。

2. 主轴线方向的调整

主轴点放到实地上，并非严格在一条直线上，调整的方法，可以在轴线的交点上测定轴线的交角 β（图 4-21），测角中误差不应超过 $\pm 2.5''$。若交角不为 180°，则应按下列公式计算改正值 δ。

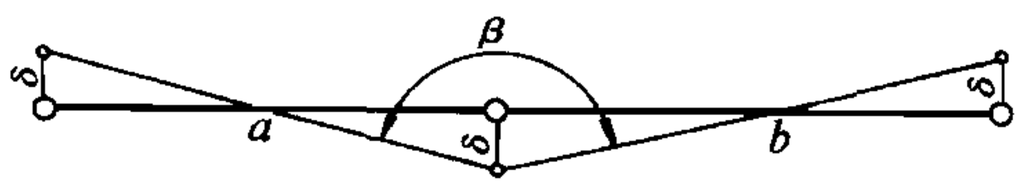


图 4-21 长轴线改点示意图

$$\delta = -\frac{a \cdot b}{a + b}\left(90^\circ - \frac{\beta}{2}\right) \cdot \frac{1}{\rho} \tag{4-33}$$

改正后必须用同样方法进行检查，其结果与 180°之差不应超过 $\pm 5''$，否则仍应进行改正。

调整的方法，是将各点位置按同一改正值 δ 沿横向移动，使在一直线上，如 β 小于 180°，δ 为正值，则中间点往上移，两端点往下移，反之亦然。

4-2-3-3 主轴线长度的精密丈量及主轴线点坐标的确定

当主轴线的方向调整好以后，就要进行主轴线的长度丈量。

1. 主轴线长度的精度要求

（1）量距相对误差：一般要求是，大型企业为 1∶50000，中型企业为 1∶25000，小型企业或民用建筑场地为 1∶10000。

（2）主轴线实量长度与附合测量控制点系统设计长度之差与全长之比不大于1∶10000，以保证厂内外运输线路和管道连接。

2. 主轴线点坐标的确定

主轴线经实量，若达到上述要求，则主轴线上点位坐标误差，应按实量长度推算改正。推算坐标的起算点，可任意决定一点（该点应选在建筑物定位精度要求较高的区域之内）。向其他方向推算，求出主轴线上各点施工坐标。

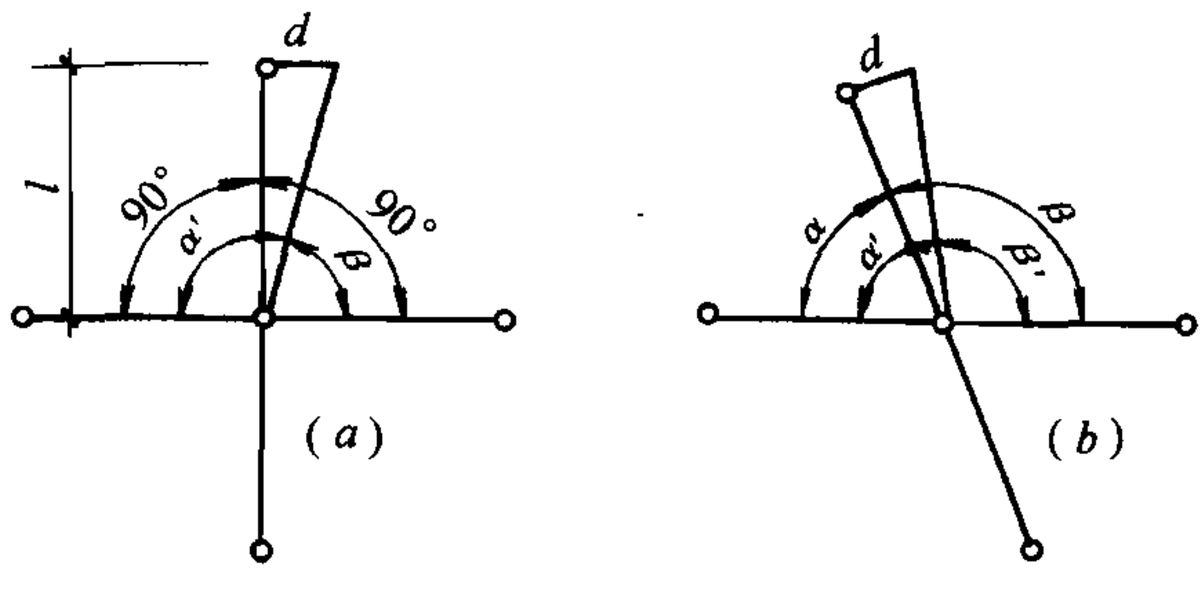


图 4-22 短轴线改点示意

4-2-3-4 短轴线的测设

短轴线的测设，应根据调整好后的长轴线进行，其方法和要求与长轴线所述相同，不过这时观测的是长轴线与所定短轴方向线在交点处两个夹角，如图 4-22 所示。调整时只改正短轴线的端点。其改正数 d 的计算公式为：

$$d = l \cdot \frac{\delta}{\rho} \tag{4-34}$$

式中 l——轴线交点至短轴线端点的距离；

δ——设计角为直角时 $\delta = \dfrac{\beta' - \alpha'}{2}$；

设计角为倾斜角时 $\delta = \alpha - \left(90^\circ - \dfrac{\beta' - \alpha'}{2}\right)$。

按式（4-34）求出改正数后，应在实地进行改正。

短轴线的方向调整好以后，应从交点向两端点进行精密量距，并根据交点的坐标和实量长度，确定短轴线的坐标值。

4-2-3-5　轴线的加密

按上述方法测定了一条纵横主轴线，如图 4-23 所示 *AOB* 和 *COD* 后，还不能满足定线的需要，因而必须进行轴线加密。选定了 3-6、7-9、8-12、10-11 四条加密轴线，组成轴线网，各加密轴线的方向应根据纵轴线 *AOB* 和横轴线 *COD* 测定，并按式（4-34）进行调整，加密轴线长度丈量方法和精度要求，与主轴线量距相同。加密轴线的坐标值，则以纵轴线（或横轴线）与加密轴线的交点坐标为起算点，并按实量长度进行推算。

在进行轴线加密时，各轴线之间有时构成单个或数个闭合的矩形，如图 4-23 中 *O*-2-6-5 和 *O*-1-4-5。对这些单独构成的矩形，可以进行个别调整，以矩形网 *O*-2-6-5 为例说明。点 6 是根据 2-6 和 5-6 两条方向线交会测定的，再丈量 2-6、5-6 两边的距离，如果测设点 6 精度良好，则角度与长度误差能相适应。如在图 4-24 中，在 6′ 点所测之角小于 90°，在点 2 和点 5 所测之角分别为 $90° + \delta_1$ 和 $90° + \delta_2$，则 5-6 和 2-6 的距离比应有值为长，即为 $l_1 + \Delta l_1$，$l_2 + \Delta l_2$。如在点 2，点 5 所测角皆小于 90°，而在点 6 所测之角大于 90°，则所量的距离应短于应有长度，符合这个规律时，可按下式计算改正数 Δl：

$$\Delta l = \pm \sqrt{a^2 + b^2} = \pm \frac{1}{\rho} \sqrt{(l_2\delta_1)^2 + (l_1\delta_2)^2} \tag{4-35}$$

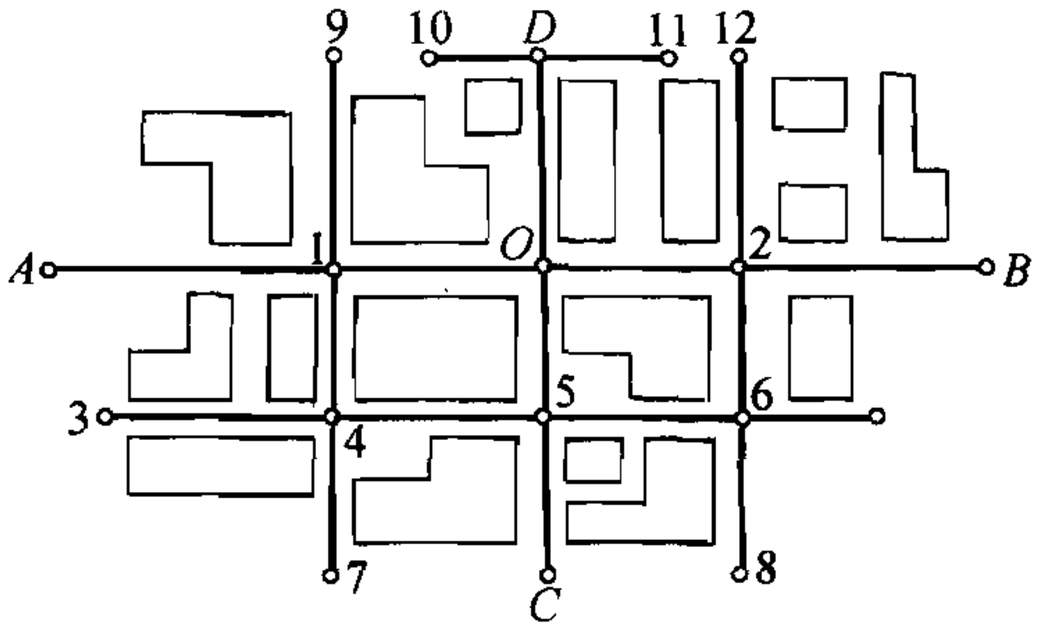


图 4-23　加密轴线网图

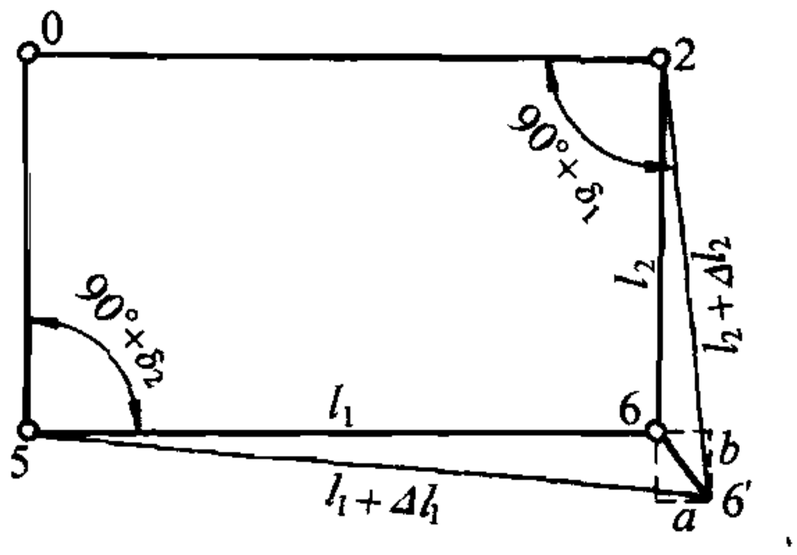


图 4-24　单一矩形网的调整

求出改正数之后，在标板上图解出方向线，作出四边形，其对角线另一端点，即为改正后的正确点位。

如果角度与长度的规律不明显或不相适应，则可按 2-6-5 的线路组成符合导线，求出点 6 的实测坐标值，并与设计坐标比较，根据其坐标差在标板上作图解调整。

4-2-3-6　注意事项

1．施工控制网只应具有惟一的起始方向

施工控制网的起标坐标和起始方向，一般根据测量控制点来测定的，当测定好了的主轴线或长方向线后，往往作为施工平面控制网的起始方向，在控制网加密或建筑物定位时，不再利用测量控制点来定向，否则将会使建筑物产生不同位移和偏转，影响工程质量。

2．通过一点测定主轴线

当主轴线定位不能通过三点来确定时，可只测定一点，经精测调整后，再通过该点测出主轴线的设计方向。定位点的点位中误差（对五等测量控制点而言），不得大于 5cm。主轴线的方向要根据三个后视点来测定。测角中误差不得大于 ±3″，由各后视点测得的同

一方向的误差不得大于±15″。满足限差后取平均值，作为最后结果，并根据该结果将方向加以改正。

3. 根据地物来测定施工控制网的起标方向

当建筑场地没有测量控制点或距离建筑场地较远不便应用时，则可以根据总平面图及其设计要求，从某一地物出发用图解法取得测设施工控制网起标方向的数据，这时其施工坐标系统坐标轴的方向应与地物的中心线平行或垂直，坐标原点虚设在总平面图西南角某点，而使所有建筑物的坐标皆为正值。

4. 轴线网测设的精度掌握

轴线网的测设精度，可以根据建筑物定位精度的不同要求灵活掌握。整个轴线网甚至同一条轴线的不同地段，不强求用同一精度来测设。这样有利于加快工作进度而又能满足施工定位的精度需要。

4-2-4　建筑方格网的测设

4-2-4-1　建筑方格网的测设方法

1. 建筑方格网点初步定位

建筑方格网测量之前，应以主轴线为基础，将方格点的设计位置进行初步放样。要求初放的点位误差（对方格网起算点而言）不大于5cm。初步放样的点位用木桩临时标定，然后埋设永久标桩。如设计点所在位置地面标高与设计标高相差很大，这时应在方格点设计位置附近的方向线上埋设临时木桩。

2. 建筑方格网点坐标测定方法

方格网点实地位置定出以后，一般采用导线测量法，或者三角测量法来建立建筑方格网。

（1）导线测量法　采用导线测量法建立方格网一般有下列三种：

1）中心轴线法　在建筑场地不大，布设一个独立的方格网就能满足施工定线要求时，则一般先行建立方格网中心轴线，如图4-25所示，*AB*为纵轴，*CD*为横轴，中心交点为*O*，轴线测设调整后，再测设方格网，从轴线端点定出N_1、N_2、N_3和N_4点，组成大方格，通过测角、量边、平差、调整后构成一个四个环形的1级方格网，然后根据大方格边上点位，定出边上的内分点和交会出方格中的中间点，作为网中的Ⅱ级点。

2）附合于主轴线法　如果建筑场地面积较大，各生产连续的车间可以按其不同精度要求建立方格网，则可以在整个建筑场地测设主轴线，在主轴线下分部建立方格网，如图4-26所示，为在一条三点直角形主轴线下建立由许多分部构成的一个整体建筑方格网。

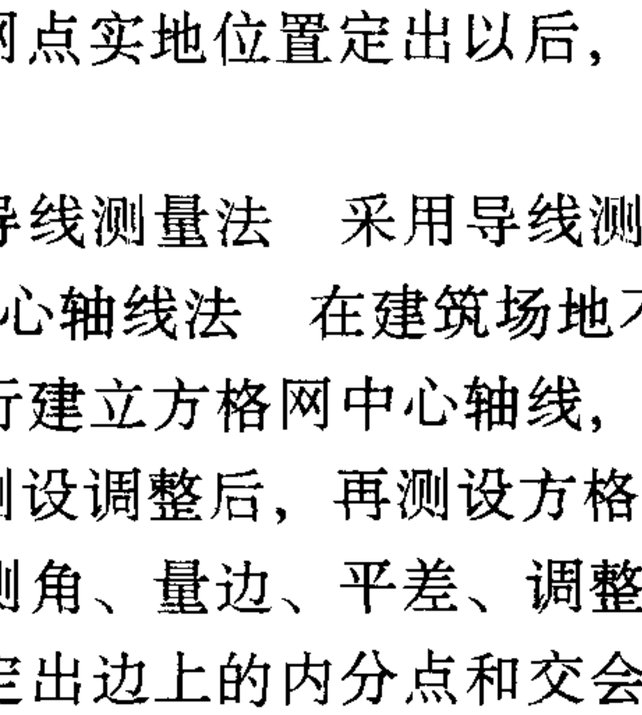


图4-25　中心轴线方格网图

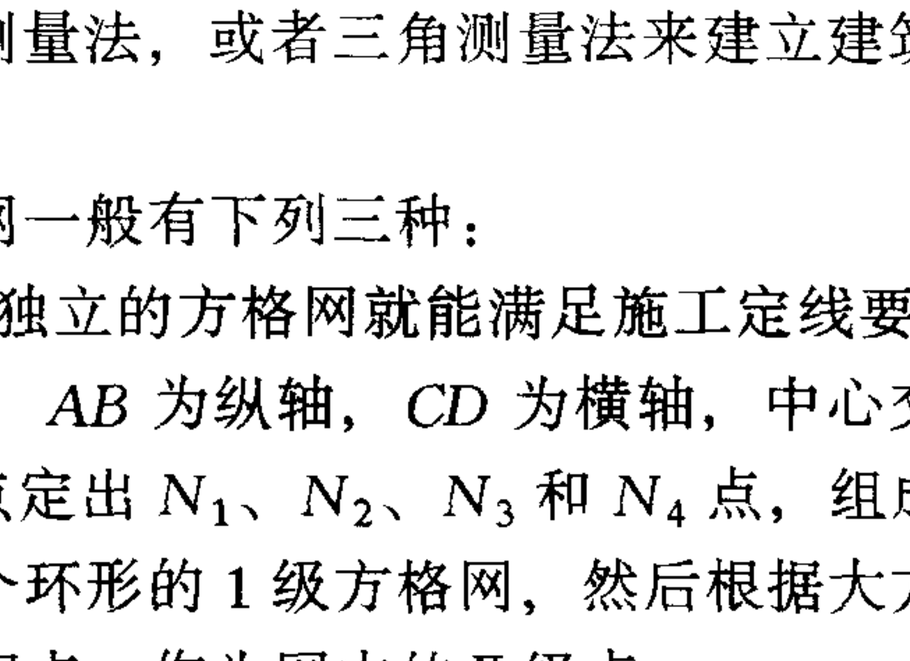


图4-26　附合于主轴线方格网图

图中 N_1—N_9 为纵轴，N_1—N_4 为横轴，测设方法先在主轴线上定出 N_2、N_3、N_5、N_{12}、N_{13}、N_{14}、N_{15}、N_{16}等点，作为方格网的起算数据，然后根据这些已知点各作与主轴线垂直方向线相交定出中间各 N_6、N_7、N_8、N_{10}和 N_{11}等环形结点，构成五个方格环形，经过测角、量距、平差、调整的工作后成为Ⅰ级方格网。再作内分点、中间点的加密作为Ⅱ级方格点，这样就形成一个有 31 个点的建筑方格网。

3）一次布网法　一般小型建筑场地和在开阔地区中建立方格网，可以采用一次布网。测设方法有两种情况，一种方法不测设纵横主轴线，尽量布成Ⅱ级全面方格网，如图4-27所示，可以将长边 N_1—N_5 先行定出，再从长边作垂直方向线定出其他方格点 N_6—N_{15}，构成八个方格环形，通过测角、量距、平差、调整后的工作，构成一个Ⅱ级全面方格网。另一种方法，只布设纵横轴线作为控制，不构成方格网形。

（2）三角测量法　采用小三角测量法建立方格网有两种形式：一种是附合在主轴线上的小三角网，如图 4-28 所示，为中心六边形的三角网附合在主轴线 AOB 上。另一种形式是将三角网或三角锁附合在起算边上。

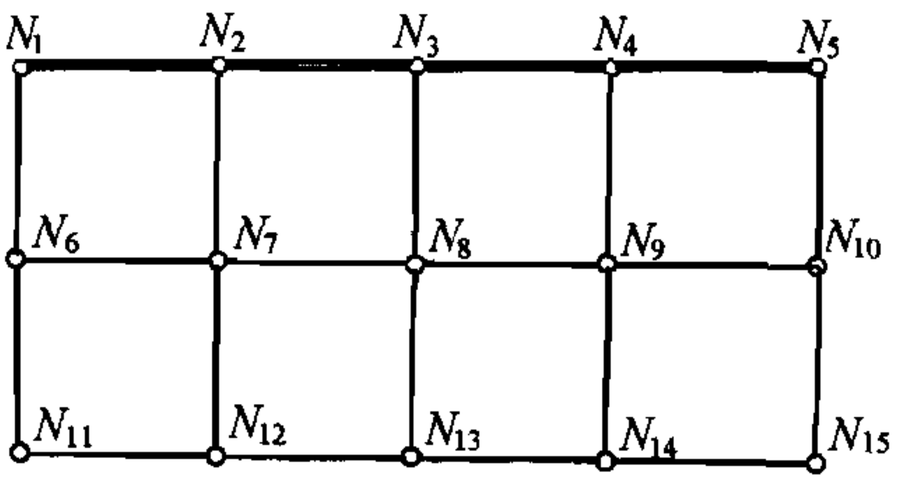


图 4-27　一次布设方格网图

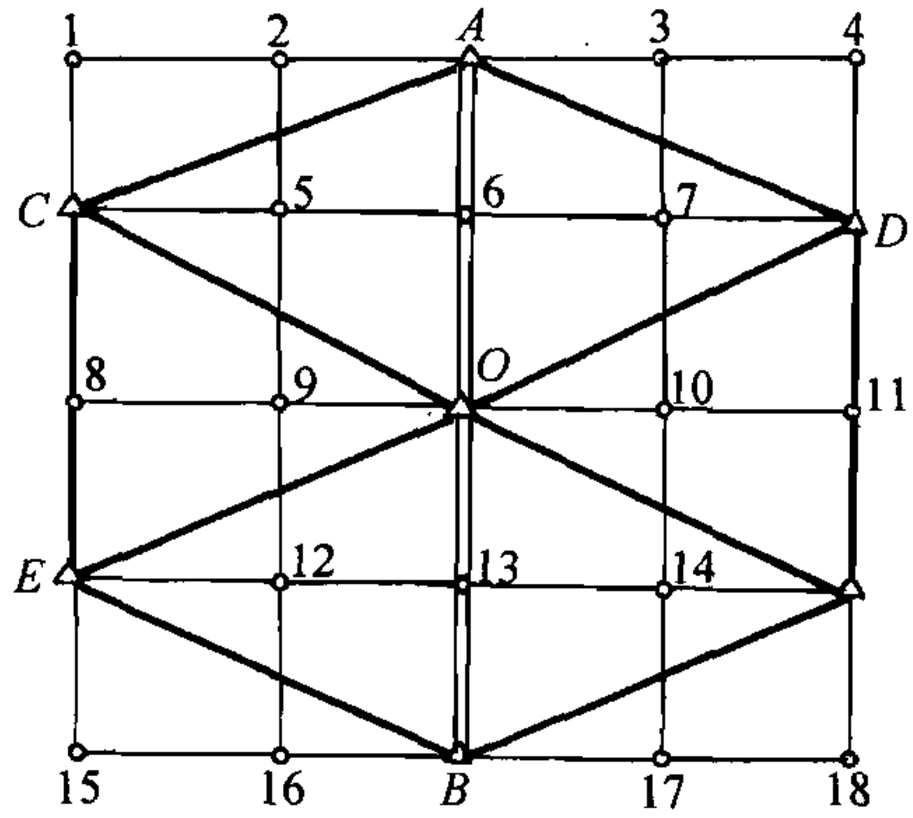


图 4-28　附合三角网方格网图

3．建筑方格网点的归化改正

方格网点经实测和平差计算后的实际坐标往往与设计坐标不一致，则需要在标桩的标板上进行调整，其调整的方法是先计算出方格点的实际坐标与设计坐标的坐标差，计算式是

$$\Delta x = x_{设计} - x_{实际}$$

$$\Delta y = y_{设计} - y_{实际}$$

然后以实际点位至相邻点在标板上方向线来定向，用三角尺在定向边上量出 Δx 与 Δy，如图 4-29 所示，并依据其数值平行推出设计坐标轴线，其交点 A 即为方格点正式点位。标定后，将原点位消去。

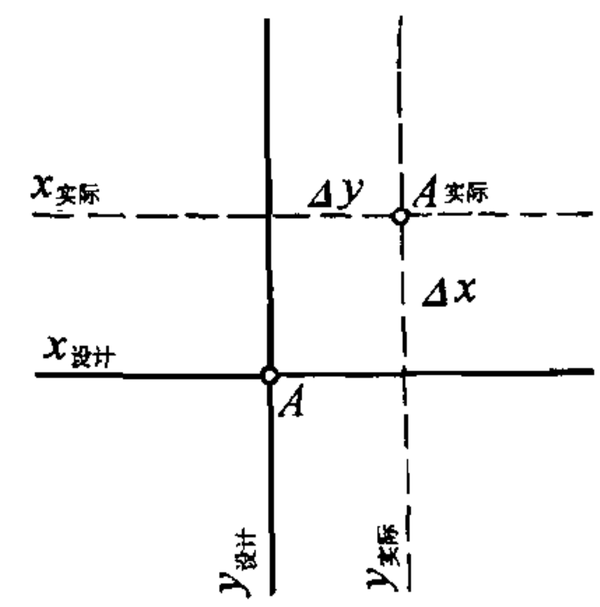


图 4-29　方格网点位改正图

4-2-4-2　建筑方格网的加密和最后检查

1．方格网的加密

在建立方格网时，应先建立边长较长的方格网，然后再加密中间的方格网点，方格网的加密，常采用下述两种方法：

（1）直线内分点法

在一条方格边上的中间点加密方格点时，如图 4-30 所示，从已知点 A 沿 AB 方向线按设计要求精密丈量定出 M 点，由于定线偏差得 M'。置经纬仪于 M'。测定 $AM'B$ 的角值 β，按下式求得偏差值

$$\delta = \frac{S \cdot \Delta\beta}{2\rho} \tag{4-36}$$

式中　S——AM'的距离，

$\Delta\beta = 180^\circ - \beta$。

按 δ 值对 M'进行纠正，得 M。

（2）方向线交会法

如图 4-31 所示，在方格点 N_1 和 N_2 上置经纬仪瞄准 N_4 和 N_3，此两方向线相交，得 a 点，即方格网加密点。

检测和纠正的方法是在 a 点置经纬仪，先把 a 点纠正到 N_1N_4 直线上，再把新点 a 纠正到 N_2N_3 直线上，即得 a 的正确位置。

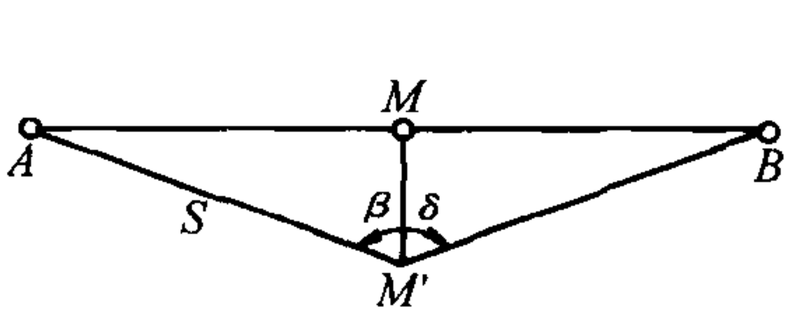


图 4-30　直线内分点加密方格点示意

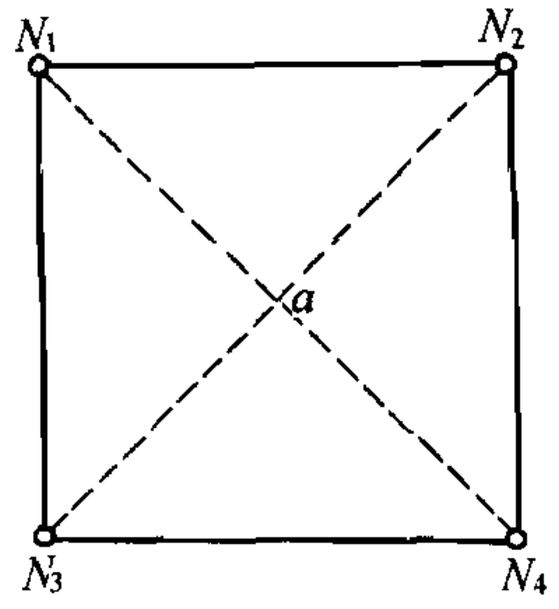


图 4-31　方向线法加密方格点示意

2．建筑方格网的检查

建筑方格网的归化改正和加密工作完成以后，应对方格网进行全面的实地检查测量。检查时可隔点设站测量角度并实量几条边的长度，检查的结果应满足表 4-12 的要求，如个别超出规定，应合理地进行调整。

方格网的精度要求　　表 4-12

等　级	主轴线或方格网	边长精度	直线角误差	主轴线交角或直角误差
Ⅰ	主轴线	1:50000	±5″	±3″
	方格网	1:40000		±5″
Ⅱ	主轴线	1:25000	±10″	±6″
	方格网	1:20000		±10″
Ⅲ	主轴线	1:10000	±15″	±10″
	方格网	1:8000		±15″

注：小型厂房、民用建筑和施工不复杂建筑场地应采用Ⅲ级布设。

4-2-4-3　水平角观测方法及技术要求

采用导线法建立方格网时，水平方向观测可以采用全圆测回法（又称方向观测法）

进行。

采用全圆测回法，各级方格网的测回数及测量限差应符合表 4-13 的规定。

测回数及测量限差的规定　　表 4-13

等级	仪器类别	测角中误差（″）	测回数	半测回归零差（″）	一测回中 2C 变动范围（″）	各测回方向较差（″）
Ⅰ	J_1	±4	2	6	8	5
	J_2	±4	4	8	12	8
Ⅱ	J_2	±8，±10	2	8	12	8

每测回间应变换水平度盘位置，其计算公式如下：

$$\left.\begin{aligned} &J_1\text{级（老 }T_3\text{）}\quad \frac{180^\circ}{m}(k-1)+4'(k-1)+\frac{60g}{m}\left(k-\frac{1}{2}\right)\\ &\text{（新 }T_3\text{）}\quad \frac{180^\circ}{m}(k-1)+4'(k-1)+\frac{120''}{m}\left(k-\frac{1}{2}\right)\\ &J_2\text{级}\quad \frac{180^\circ}{m}(k-1)+10'(k-1)+\frac{600''}{m}\left(k-\frac{1}{2}\right) \end{aligned}\right\} \tag{4-37}$$

式中　$60g$——60 大格；

m——测回数；

k——测回序号（$k=1，2，3\cdots\cdots m$）。

4-2-4-4　边长测量方法及技术要求

1. 钢尺精密量矩

（1）丈量方法

1）定线　将经纬仪设置于量边的一端点，瞄准另一端点，由远而近定出每一尺段位置，在各尺段的端点设置轴杆架或打下大木桩，桩顶高出地面 5～10cm，在每个桩顶上刻划十字线作标记。

2）投影　使各桩标记（指十字线交点）恰在经纬仪视线上。

3）水准测量　在丈量开始前和结束后，均应用水准仪直接测定轴杆头或木桩顶面的标高。

4）量线　根据对量线精度不同要求，分别采用重锤和弹簧秤检定钢尺，每一跨距应在钢尺不同分划处读取读数，同时计算各次读数的较差，是否符合有关规定的要求。在回测中要校对往测读数，如不符合要求，则应重测。在量线时须测量温度。

（2）丈量要求

用于丈量的钢尺、弹簧秤、温度计均应经过检定。钢尺检定的中误差不得超过±0.2mm。边长丈量后应分别加入尺长、温度和倾斜改正数；求出边长观测值。边长丈量的各项要求及限差应按表 4-14 的规定。

方格网边长丈量要求 表 4-14

等级	丈量方法	钢尺	丈量次数			观测要求（mm）			各次全长经各项改正后的较差	全长相对中误差
		根数	往	返	测回	估读	移动	较差		
Ⅰ	悬　　空	2	1	1	2	0.1	3	0.5	$6\sqrt{n}$（mm）	1/40000
Ⅱ	悬空或沿清理过的地面	2	1	0	1	0.5	3	1.0	$10\sqrt{n}$（mm）	1/20000

注：表中 $n = S/200$，S 为方格网的边长。

2. 光电测距

厂区Ⅰ、Ⅱ级方格网用光电仪测距时，对测距仪的精度和施测要求，应符合表 4-15 的规定。详见“4-9-4 光电测距仪”。

光电测距仪测距的技术要求 表 4-15

等　级	平均边长（m）	测距仪精度		测回数	读数次数	单程或往返
		常误差（mm）	比例误差（ppm）			
Ⅰ	200	5	5	2	4	往　返
Ⅱ	200	10	5	2	4	单　程

4-2-4-5 方格网平差计算

1. 平差方法和权的确定

平差方法应同导线网平差法一致。Ⅰ级方格网采用严密平差法平差，Ⅱ级方格网可以采用分别平差法平差（即将方位角条件、纵横坐标条件看成相互独立组成的方程式分别解算）。

边角网平差时权的确定与导线网平差时确定权的方法相同，即

$$P_\beta = \frac{u^2}{m_\beta^2}$$

$$P_s = \frac{u^2}{m_s^2}$$

边角网平差中包含有角度和边长两种不同的观测值，因此在平差前应正确地确定它们的测量精度，对于测距仪的测距精度公式一般采用

$$mS_i = \sqrt{m_1^2 + (S_i \cdot R)^2 \text{ppm}} \qquad (4\text{-}38)$$

式中 m_1——测距仪常误差；

S_i——方格网平均边长；

R——以百万分率（ppm）表示测距的比例误差系数。

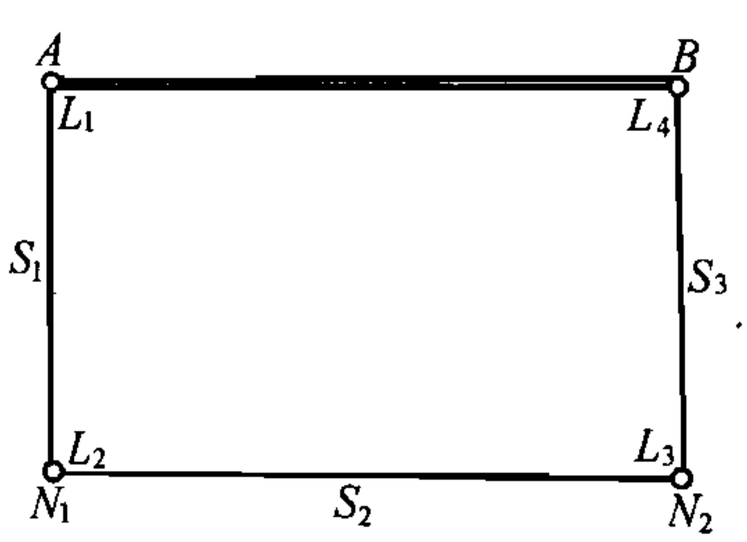


图 4-32 方格网平差略图

例如某测距仪的常误差为 5mm，比例误差为每公里 5mm，则仪器的标称精度可以简写成 m_D（5mm、5ppm），测角中误差可以参照相应等级方格网的测量精度来确定。

测量精度亦可根据外业实际所能达到的精度指标来确定中误差。

2. 方格网条件平差算例

设在方格网图 4-32 中观测的角值及边长值如表 4-16 中所示，求各观测值最或是值，及平差后 N_2 点点位中误差。现选定推算路线 $A—N_1—N_2$。

平差计算步骤

(1) 列条件方程式及权函数式

1) 一个图形条件式为

方 格 网 观 测 值 表　　表 4-16

观 测 值 号	观 测 值	改 正 数	平差值 ($\hat{L}$、$\hat{S}$)
L_1	90°00′14.1″	−2.6″	90°00′11.5″
L_2	89°59′52.7″	−0.7″	89°59′52.0″
L_3	90°00′00.8″	+0.6″	90°00′01.4″
L_4	89°59′56.4″	−1.3″	89°59′55.1″
S_1	192.012m	−0.7mm	192.0113mm
S_2	200.005m	+1.0mm	200.0060mm
S_3	192.014m	+0.7mm	192.0147mm

已知：$\alpha_{AB}=90°00′00.0″$；

$S_{AB}=200.000\text{m}$；

$X_A=1000.000\text{m}$，　$Y_A=1000.000\text{m}$

$$V_1+V_2+V_3+V_4+w=0$$

2) 一个纵坐标条件式和一个横坐标条件式，其线性形式为

$$\left.\begin{aligned}&-\frac{\Delta Y^0_{AB}}{\rho}V_1-\frac{\Delta Y^0_{N1B}}{\rho}V_2-\frac{\Delta Y^0_{N2B}}{\rho}V_3+\cos\alpha^0_{AN1}V_{s1}+\cos\alpha^0_{N1N2}V_{s2}\\&+\cos\alpha^0_{N2B}V_{s3}+w_x=0\\&\frac{\Delta X^0_{AB}}{\rho}V_1+\frac{\Delta X^0_{N1B}}{\rho}V_2+\frac{\Delta X^0_{N2B}}{\rho}V_3+\sin\alpha^0_{AN1}V_{s1}+\sin\alpha^0_{N1N2}V_{s2}\\&+\sin\alpha^0_{N2B}V_{s3}+w_y=0\end{aligned}\right\}\tag{4-39}$$

其中上标“0”表示用观测值，近似值算得结果，而

$$w_x=\Delta X_{BA}+\Delta X^0_{AN1}+\Delta X^0_{N1N2}+\Delta X^0_{N2B}$$

$$w_y=\Delta Y_{BA}+\Delta Y^0_{AN1}+\Delta Y^0_{N1N2}+\Delta Y^0_{N2B}$$

上式整理后得下列三个条件式为

$$\left.\begin{aligned}&V_1+V_2+V_3+V_4+4.00=0\\&-0.97V_1-0.97V_2-V_{s1}+V_{s3}-4.60=0\\&0.93V_2+0.93V_3+V_{s2}-1.00=0\end{aligned}\right\}$$

3) 平差值函数式的列立

写出纵坐标 X_{N2} 的平差值函数式

$$\hat{X}_{N2}=X_A+\hat{\Delta}X_{AN1}+\hat{\Delta}X_{N1N2}\tag{4-40}$$

其中

$$\left.\begin{aligned}\hat{\Delta}X_{\mathrm{AN1}} &= \hat{S}_1\cos(\alpha_{\mathrm{AB}} + \hat{L}_1)\\ \hat{\Delta}X_{\mathrm{N1N2}} &= \hat{S}_2\cos(\alpha_{\mathrm{AB}} + \hat{L}_1 + \hat{L}_2)\end{aligned}\right\} \tag{4-41}$$

上式按台劳公式展开，略去二次以上各项，得

$$\left.\begin{aligned}\hat{\Delta}X_{\mathrm{AN1}} &= \Delta X^0_{\mathrm{AN1}} + \cos\alpha^0_{\mathrm{AN1}} V_{\mathrm{s1}} - \frac{\Delta Y^0_{\mathrm{AN1}}}{\rho} - V_1\\ \hat{\Delta}X_{\mathrm{N1N2}} &= \Delta X^0_{\mathrm{N1N2}} + \cos\alpha^0_{\mathrm{N1N2}} V_{\mathrm{s2}} - \frac{\Delta Y^0_{\mathrm{N1N2}}}{\rho}(V_1 + V_2)\end{aligned}\right\} \tag{4-42}$$

将（4-42）式代入（4-40）式，整理后得 $\hat{X}_{\mathrm{N2}}$的权函数式为

$$V_{\mathrm{XN2}} = \frac{-\Delta Y^0_{\mathrm{AN2}}}{\rho}V_1 - \frac{\Delta Y^0_{\mathrm{N1N2}}}{\rho}V_2 + \cos\alpha^0_{\mathrm{AN1}} V_{\mathrm{s1}} + \cos\alpha^0_{\mathrm{N1N2}} V_{\mathrm{s2}} \tag{4-43}$$

类似地，可得到横坐标 $\hat{Y}_{N2}$的权函数式为

$$V_{\mathrm{YN2}} = \frac{\Delta X^0_{\mathrm{AN2}}}{\rho}V_1 + \frac{\Delta X^0_{\mathrm{N1N2}}}{\rho}V_2 + \sin\alpha^0_{\mathrm{AN1}} V_{\mathrm{s1}} + \sin\alpha^0_{\mathrm{N1N2}} V_{\mathrm{s2}} \tag{4-44}$$

平差值函数的权倒数式，其纯量形式为

$$\frac{1}{P_{\mathrm{F}}} = \left[\frac{ff}{P}\right] + \left[\frac{af}{P}\right]q_{\mathrm{a}} + \left[\frac{bf}{P}\right]q_{\mathrm{b}} + \left[\frac{cf}{P}\right]q_{\mathrm{c}} \tag{4-45}$$

（2）导线计算

根据观测值（角度与边长），推算导线方位角闭合差 w_β，坐标增量闭合差 w_{x} 和 w_{y}。并计算各点近似坐标值（见表 4-17），将坐标增量代入式（4-39）、式（4-43）和式（4-44），得到纵横坐标条件式和权函数式改正数系数。

（3）权的确定

导 线 计 算 表 **表 4-17**

角号	转折角 β	方位角 α	边长 S (m)	$\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$	坐标增量 ΔX	坐标增量 ΔY	X (m)	Y (m)
B								
		270°00′00.0″						
A	90°00′14.1″						1000.000	1000.000
		180°00′14.1″	192.012	$\frac{-1.0000000}{-0.0000684}$	−192.0120	−0.0131		
N_1	89°59′52.7″						807.99	999.99
		90°00′06.8″	200.005	$\frac{-0.0000330}{+1.0000000}$	−0.0066	+200.0050		
N_2	90°00′00.8″						807.98	1199.99
		00°00′07.6″	192.014	$\frac{+1.0000000}{+0.0000368}$	+192.0140	+0.0071		
B	89°59′56.4″						1000.000	1200.000
		270°00′04.0″						
A		(270°00′00.0″)						
	$w_\beta = +4.0''$				$w_{\mathrm{X}} = -4.6$ mm	$w_{\mathrm{Y}} = -1.0$ mm		

设网中角度观测中误差 $m_\beta = \pm 5''$。设单程观测误差为 ±5mm，则边长往返观测中数的中误差为

$$m_{\mathrm{s}} = \pm\frac{5}{\sqrt{2}}\mathrm{mm}$$

设 m_β 为单位权中误差，即 $m_\beta = u$，故

$$P_\beta = 1$$

$$P_s = \frac{m_\beta^2}{m_s^2} = 2$$

（4）组成条件方程式系数及权函数式系数表（见表 4-18）

条件方程及权函数系数表　　**表 4-18**

观测值号	条件式			权函数式		检核	$\frac{1}{P}$	V
	a	b	c	F_{XN2}	F_{YN2}	S		
	−1.306	+1.371	+2.088					
L_1	1	−0.97		−0.97	−0.93	−1.87	1	−2.64″
L_2	1	−0.97	+0.93	−0.97		−0.01	1	−0.69
L_3	1		+0.93			+1.93	1	+0.64
L_4	1					+1.00	1	−1.31
S_1		−1.00		−1.00		−2.00	0.5	−0.69mm
S_2			+1.00		+1.00	+2.00	0.5	+1.04
S_3		+1.00				+1.00	0.5	+0.69
Σ	4	−1.94	+2.86	−2.94	+0.07	+2.05		[13.64]
w	+4.00	−4.60	−1.00			+2.05		

（5）法方程组成及解算（见表 4-19）

法　方　程　解　算　表　　**表 4-19**

行的符号	a/h_a	b/h_b	c/h_c	w	F_{XN2}	F_{YN2}	Σ	S
a	+4.00	−1.94	+1.86	+4.00	−1.94	−0.93	+5.05	+5.05
E	k_a = −1.306	+0.485	−0.465	−1.000	+0.485	+0.232	−1.263	−1.262
b		+2.88	−0.90	−4.60	+2.38	+0.90	−1.28	−1.28
$b.1$		+1.94	0	−2.66	+1.44	+0.45	+1.17	+1.17
$E.1$		k_b = +1.371	0	+1.371	−0.742	−0.232	−0.603	−0.603
c			+2.23	−1.00	−0.90	+0.50	+1.79	+1.79
$c.2$			+1.37	−2.86	0	+0.93	−0.56	−0.56
$E.2$			k_c = +2.088	+2.088	0	−0.679	+0.409	+0.409
w				0	+2.38	+1.36		
$w.3$				−13.62	+0.37	+0.41		
				− [PVV]	$\frac{1}{P_X}$	$\frac{1}{P_Y}$		

（6）改正数计算见表 4-18，其计算公式为

$$v_i = \frac{1}{P_i}(a_i k_a + b_i k_b + c_i k_c) \tag{4-46}$$

（7）精度评定

单位权中误差（测角中误差）为

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{[PVV]}{r}} = \pm \sqrt{\frac{13.62}{3}} = \pm 2.13'' \tag{4-47}$$

所求点 N_2 的坐标中误差和点位中误差为

$$m_x = m_0 \sqrt{\frac{1}{P_x}} = \pm 2.13 \sqrt{0.37} = \pm 1.30\text{mm}$$

$$m_y = m_0 \sqrt{\frac{1}{P_y}} = \pm 2.13 \sqrt{0.41} = \pm 1.36\text{mm}$$

$$M = \pm \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = \pm 1.88\text{mm}$$

4-2-5　用小三角测量法建立施工平面控制网

若建筑场地在山区，常用小三角网（锁）作为施工控制网。

4-2-5-1　小三角测量等级与三角网的布设

1. 小三角测量的等级和技术指标

小三角网分为两级。面积较大厂区，应分两级布网，首级采用一级小三角网，其下用二级小三角网加密。当厂区面积较小时，可采用二级三角网一次布设。各级小三角网的技术指标应符合表 4-20 的规定。

各级小三角网的技术指标　　**表 4-20**

等　级	网　别		边　长 (m)	平均边长 (m)	测角中误差 (″)	三角形最大闭合差 (″)	起算边相对中误差	最弱边相对中误差
Ⅰ	独　立		400～800	600	±2.5	±9	1/100000	1/40000
Ⅱ	独　立		100～300	200	±5	±18	1/50000	1/20000
	加密	插网	100～300	200	±6	±20	1/40000	1/20000
		插点	200～500	350	±6	±20	1/40000	1/25000

注：表中测角中误差应按下式计算：

$$m_\beta = \pm \sqrt{\frac{[W^2]}{3n}} \tag{4-48}$$

式中 W 为三角形闭合差；n 为三角形的个数。

2. 小三角网的布设

布设小三角网常用的图形有：单三角锁（图 4-33a）、中点多边形（图 4-33b）和线形三角锁（图 4-33c）等。

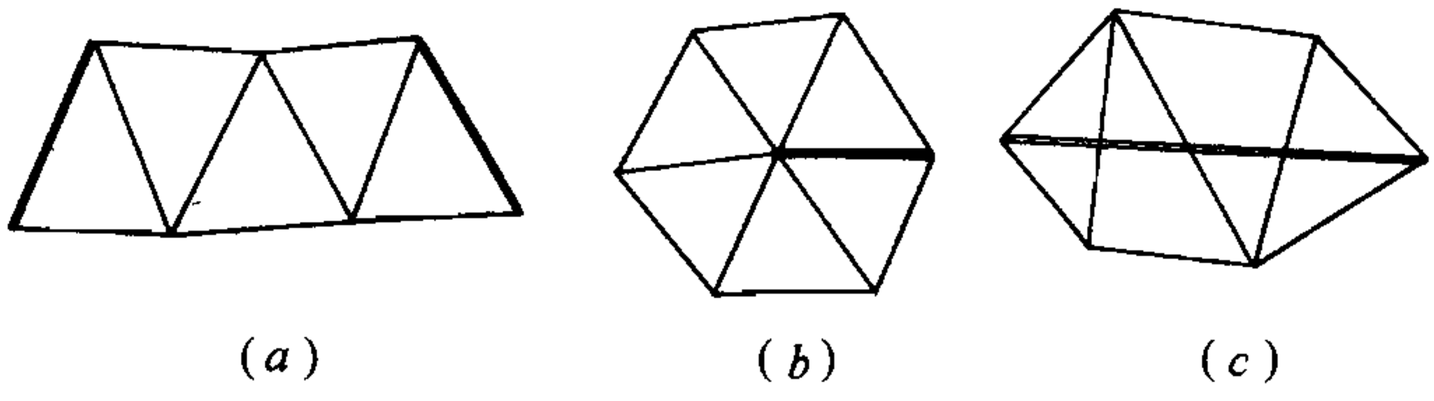


图 4-33　小三角网图

4-2-5-2　小三角测量的步骤

1. 踏勘选点

为了使三角点能长期保存和使用，首先应根据总平面图进行选点设计，然后到实地核对并修改落实点位。

选定小三角点应注意以下几点：

(1) 各三角形的边长应接近于相等，其平均边长应符合表 4-20 的规定。

(2) 各三角形的内角一般应接近 60°，不小于 30°，或大于 120°。

(3) 小三角点之间应保证通视良好，便于埋设标志和观测作业，并应考虑便于加密和扩展。

(4) 基线位置应选在便于量距的平坦地段。

2. 埋设标桩并竖立标杆

小三角点选定之后，应埋设永久性标石一块，顶面需平整，且标志明显，并刻凿点号。

3. 照准目标

小三角点的照准目标应根据边长的长短来决定，当边较长时，观测时照准花杆，或悬挂大垂球，在垂球线上绑一小花杆作为照准目标。

当边长较短时，可采用悬吊垂球线作为照准目标。

4. 角度观测

为了保证角度观测的质量，要选择较好的天气和成象良好的时间进行，观测前应检查目标是否偏心，如花杆或垂球线歪斜，应校正竖直；经纬仪在测站要精确对中、置平。

小三角网的角度观测应采用全圆测回法，其测回数及测量限差按表 4-21 的规定。

测回数及测量限差　　**表 4-21**

仪器类型	测角中误差 (″)	测回数	半测回归零差 (″)	一测回中 2C 变动范围 (″)	各测回方向较差 (″)
J_1	±2.5	4	6	8	5
J_2	±2.5	6	8	12	8
	±5、±6	3	8	12	8

注：当垂直角为 5～10°时，2C 的变动范围可增加 1/3 倍；超过 10°时，可增加 1/2 倍。

5. 基线（起算边）丈量

基线丈量应按精度丈量方法进行。基线场地的坡度一般不得大于 1/10。尺端水准测量应于丈量前后各测一次，两次观测所得高差之差不得大于 ±5mm，满足要求后取平均值。

基线丈量时，应选择风力不大于 3 级和无阳光直射的天气进行。量距用的钢尺应预先加以检定。

各级三角网起算边均应悬空丈量，丈量时应按表 4-22 的规定进行。

起 算 边 丈 量 的 规 定 表 4-22

三角网等级	尺子根数	丈量次数			观测要求			各次全长经尺长、温度、倾斜等改正后的较差 (mm)	精度要求
		往	返	测回	估读 (mm)	移动	较差 (mm)		
Ⅰ	铟钢尺2根	1	1	2	0.1	3	0.3	$8\cdot\sqrt{n_1}$	1/100000
Ⅱ	钢尺2根	2	1	3	0.1	3	0.3	$5\cdot\sqrt{n_2}$	1/50000

注：表中 $n_1=S_1/600$；$n_2=S_2/200$；S_1、S_2 分别为Ⅰ、Ⅱ级三角网起算边的长度，以 m 计。

4-2-6 用导线测量法建立施工平面控制网

导线测量法能根据建筑物定位的需要灵活的布置网点，便于控制点的使用和保存。导线测量常用于扩建或改建的建筑区，新建区亦可采用导线测量法建网。

4-2-6-1 导线测量的等级与导线网的布设

1. 导线测量等级和技术指标

导线测量分为两级，在面积较大厂区，一级导线可作为首级控制，以二级导线加密。在面积较小厂区以二级导线一次布设。各级导线网的技术指标应符合表 4-23 的规定。

各 级 导 线 网 技 术 指 标 表 4-23

等级		边长 (m)	平均边长 (m)	测角中误差 (″)	多边形闭合差 (″)	多边形最大周长 (m)	边长丈量相对中误差	导线相对闭合差
Ⅰ		100～300	200	±4	$\pm 10\sqrt{n}$	2400	1/40000	1/35000
Ⅱ	加密	100～300	200	±10	$\pm 20\sqrt{n}$	1200	1/20000	1/12000
	独立	100～300	200	±8	$\pm 16\sqrt{n}$	1200	1/20000	1/13000

注：1. n 为多边形中的内角个数或方位角条件中转折角个数；

2. 环形相对闭合差 $f_s/[s]$ 是经角度调整以后算出的；

3. 测角中误差的计算采用下列公式

$$m_\beta=\pm\frac{\sqrt{\frac{f_\beta^2}{n}}}{N} \tag{4-49}$$

式中 n 为各闭合环内的角度；N 为闭合环的个数；f_β 为闭合环的角度闭合差。

2. 导线网的布设

厂区导线网应按设计总平面图布设，布设的基本要求如下：

(1) 根据建筑物本身的重要性和生产系统性适当的选择导线的线路，各条导线应均匀分布于整个厂区，每个环形控制面积应尽可能均匀。

(2) 各条导线尽可能布成直伸导线，导线网应构成互相联系的环形，构成严密平差图形。

(3) 各级导线的总长和边长应按表 4-23 的有关规定。

4-2-6-2 导线测量的步骤

1. 选点与标桩埋设

对于新建和扩建的建筑区，导线应根据总平面图布设，改建区应沿已有道路布网。点

位应选在人行道旁或设计中的净空地带。所选之点要便于使用、安全和能长期保存。导线点选定之后，应及时埋设标桩。

2. 角度观测

角度观测采用全圆测回法进行。各级导线网的测回数及测量限差与方格网角度观测要求相同，参照表 4-13 的规定。

3. 边长丈量

边长丈量的各项要求及限差，与方格网边长丈量要求相同，参照表 4-14 的规定。

4. 导线网的起算数据

在扩建、改建厂区，新测导线应附合在已有施工控制网上（将已有控制点作为起算点）：若原有之施工控制网已被破坏，则应根据大地测量控制网或主要建筑物轴线确定起算数据。新建厂区的导线网起算数据应根据大地测量控制点测定。

5. 导线网的平差

导线网平差一级导线网采用严密平差法；二级导线网可以采用分别平差法。关于导线网平差方法的选择，必须全面考虑导线的形状、长度和精度要求等因素，导线网构成环形，应采用环形平差。附合在已知点上的导线网，由于已知点较多，可以采用结点平差法。对于具有 2～3 个结点的导线网，则采用等权代替法。只有一个结点的导线网，可以按照带权平均值的原理进行平差计算。

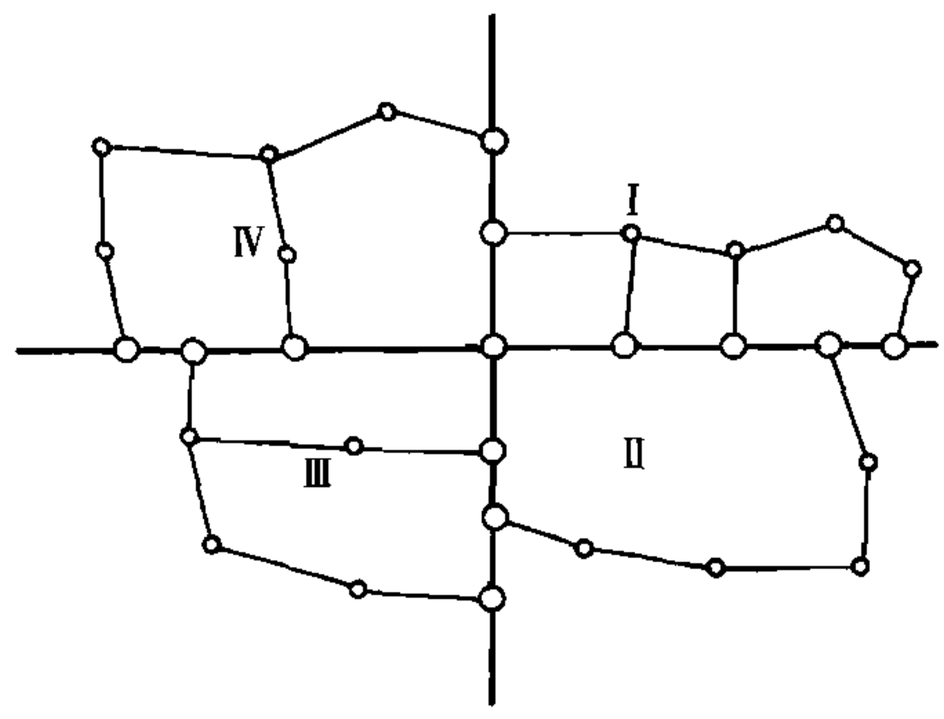


图 4-34　导线与轴线控制网

4-2-6-3　导线法与轴线法联合测设施工控制网

对于大型建筑场地，采用轴线法在地面上测定两条互相垂直的主轴线，作为首级控制，然后以主轴线上的已知点作为起算点，用导线网来进行加密。加密导线可以按照建筑物施工精度不同要求或按照不同的开工时间，来分期测设。

如图 4-34 所示，纵横两条主轴线将场地分成四个象限。Ⅰ象限内采用具有两个结点的导线网加密，Ⅱ象限为简单的附合导线，Ⅲ、Ⅳ象限都是具有一个结点的导线网。

4-2-7　圆弧平面图形的施工测量

圆弧平面图形的建筑物应用较为广泛，住宅建筑、办公楼建筑、旅馆饭店建筑、医院建筑、交通性建筑等常有采用，形式也极为丰富多样，有的是整个建筑物为圆弧平面图形，如某塔式圆弧形住宅楼见图 4-35 所示、某天文台观察楼见图 4-36 所示、某公共汽车总站建筑见图 4-37 所示。有的是建筑物平面为一组圆弧曲线形，如某实验婴儿院建筑见图 4-38 所示，深圳的西丽饭店（图 4-39）则是两组圆弧曲线形建筑合抱组成的平面图形。有的是圆弧形平面与其他平面的组合平面图形，如某航空站平面图形见图 4-40 所示，还有的是建筑物局部采用圆弧曲面形，如中国南海石油中心的“珠江帆影”建筑见图 4-41 所示。在影剧院建筑中，局部采用圆弧曲面形处理的就更多了，如乐池，座位排列、楼层挑台、顶棚天花等。

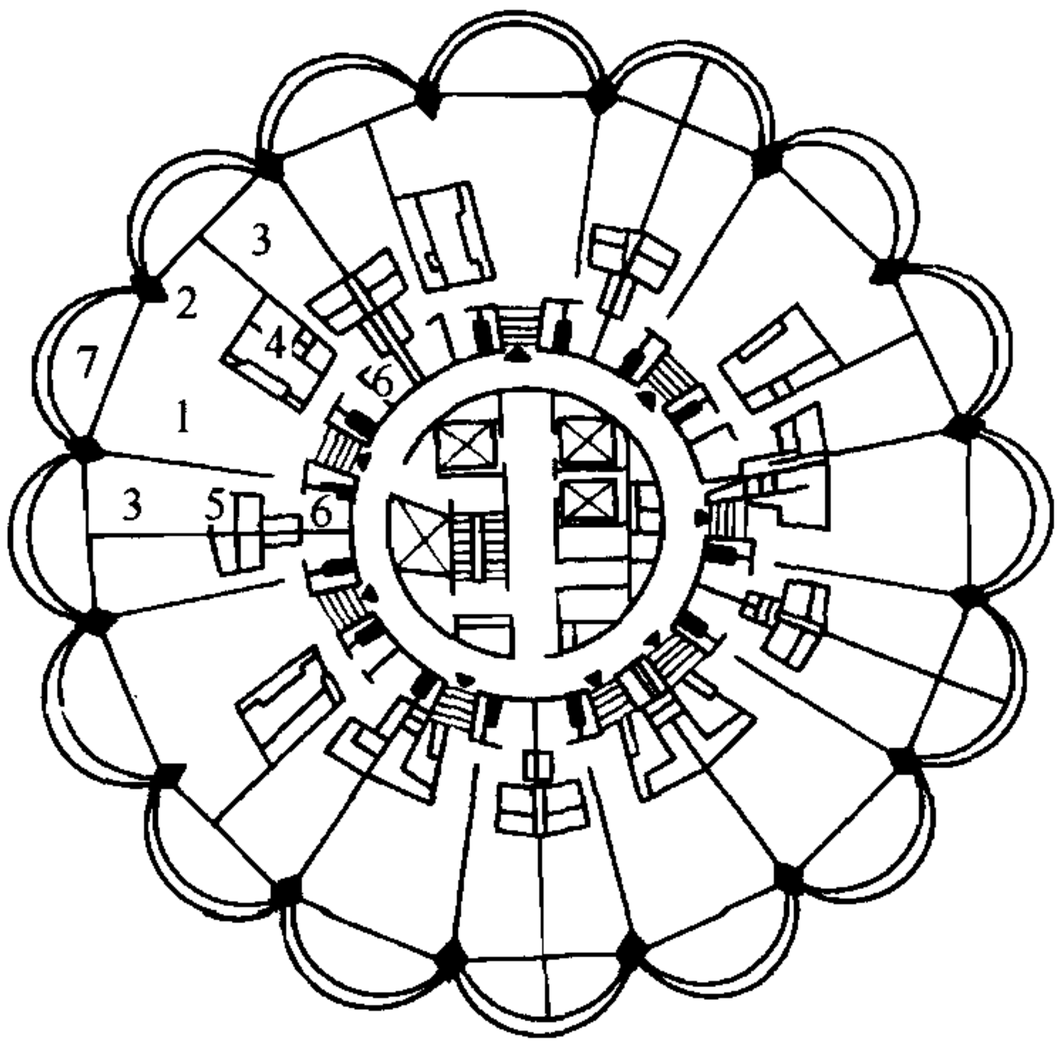


图 4-35 某塔式圆弧形住宅楼平面图

1—起居室；2—餐室；3—卧室；4—厨房；
5—浴室；6—储存室；7—阳台

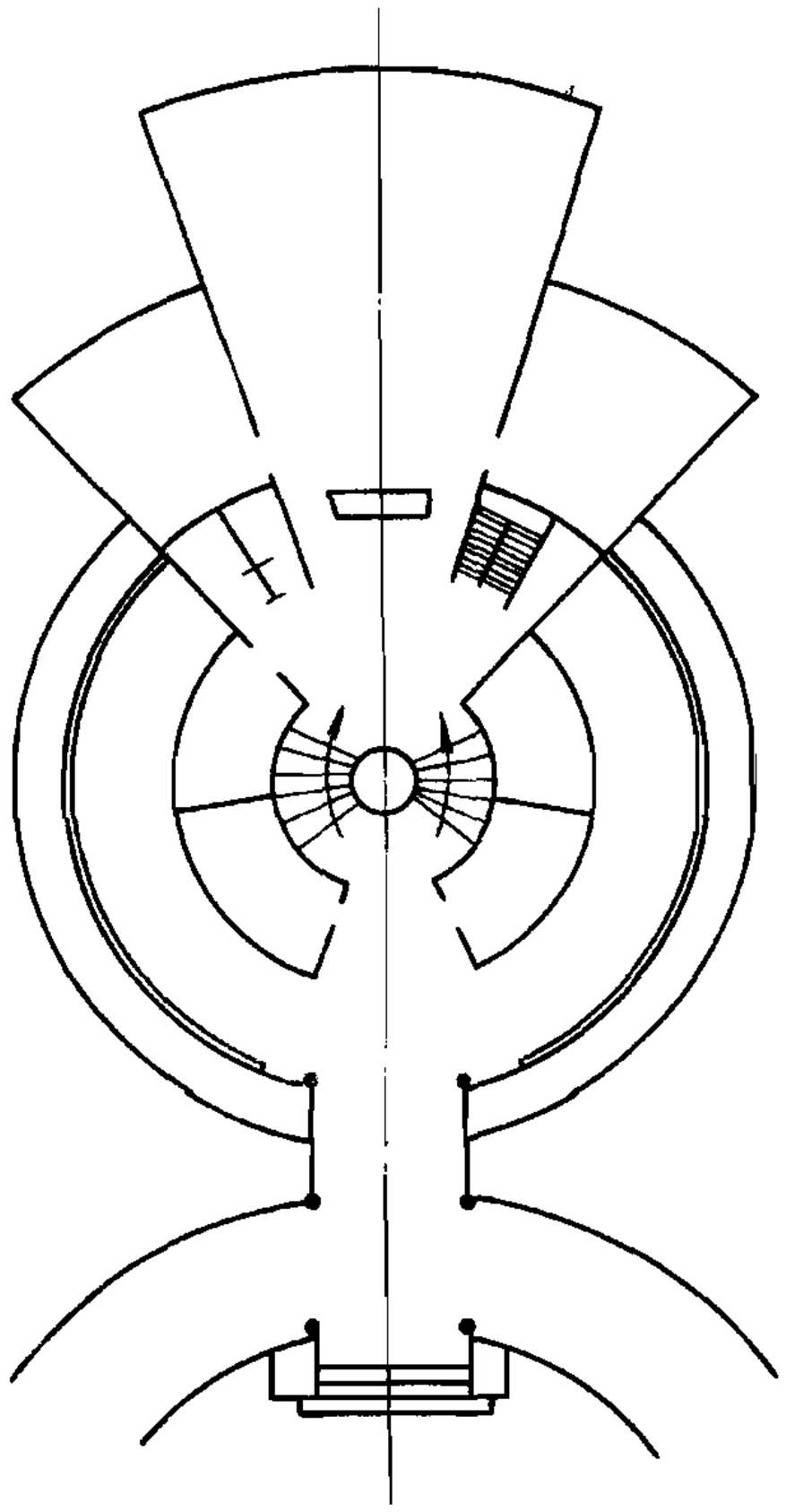


图 4-36 某天文台观察楼平面图

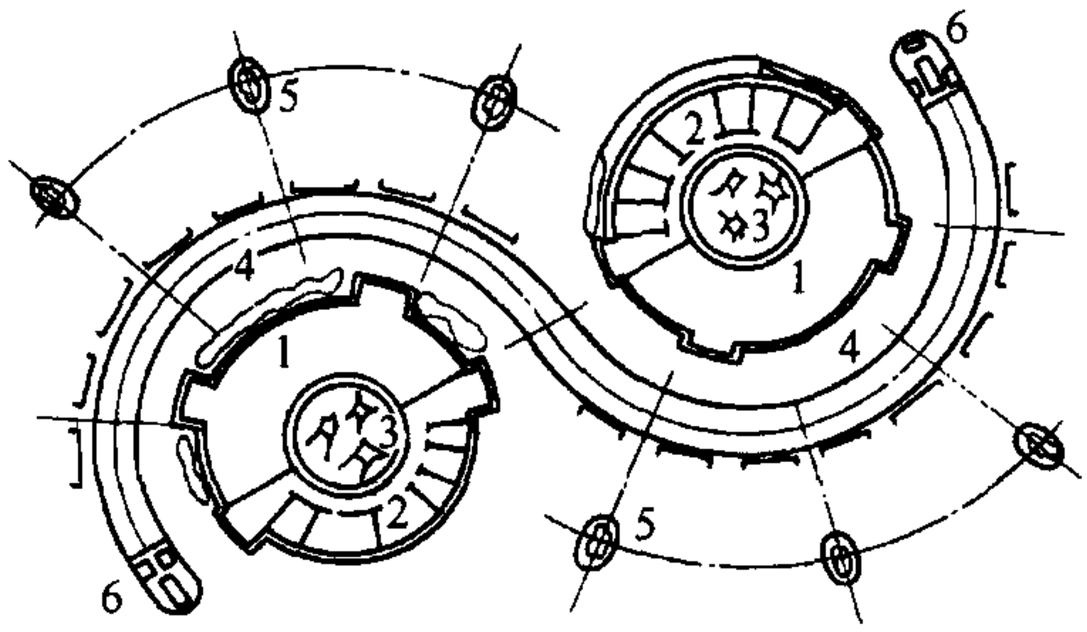


图 4-37 某公共汽车总站平面图

1—候车室；2—业务用房；3—绿化庭园；
4—候车廊；5—绿化分车岛；6—宣传牌

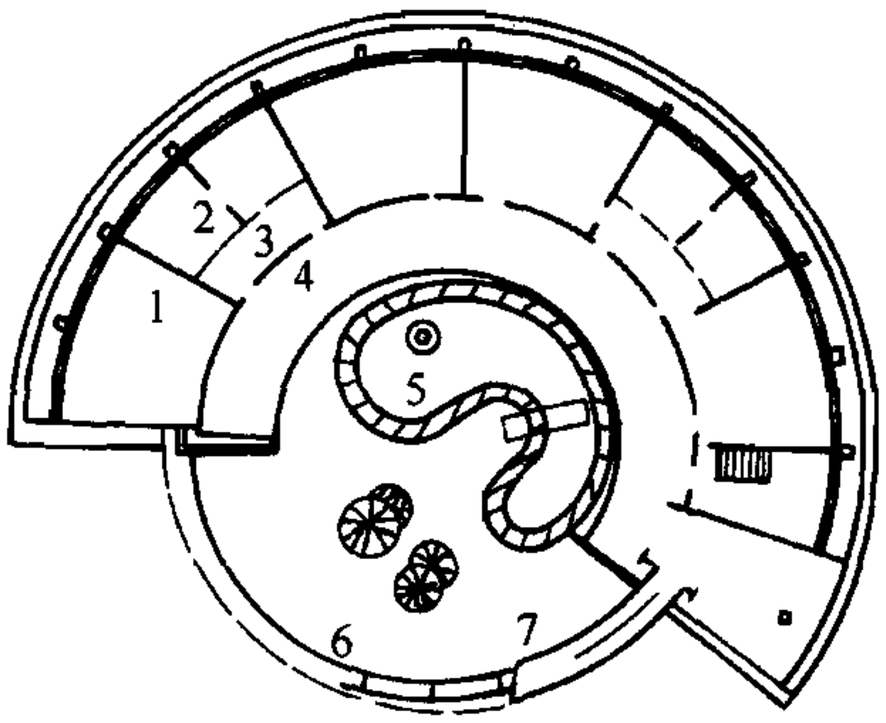


图 4-38 某实验婴儿院平面示意图

1—活动室；2—餐室；3—盥洗室；4—走廊；
5—水池；6—外廊；7—坡道

4-2-7-1 圆弧形平面曲线的数学方程式

圆的数学定义：平面上与一定点（中心）有一定距离（半径）的点的轨迹，叫做圆。

如图 4-42 所示，在直角坐标系里，圆上任意一点$M(x、y)$与中心$O'(a、b)$的距离$O'M$等于R，即

$$\overline{O'M} = R$$

如果用点 O'及M 的坐标来表示$O'M$ 的距离，则可以以 $O'M$ 为斜边，作一直角三角

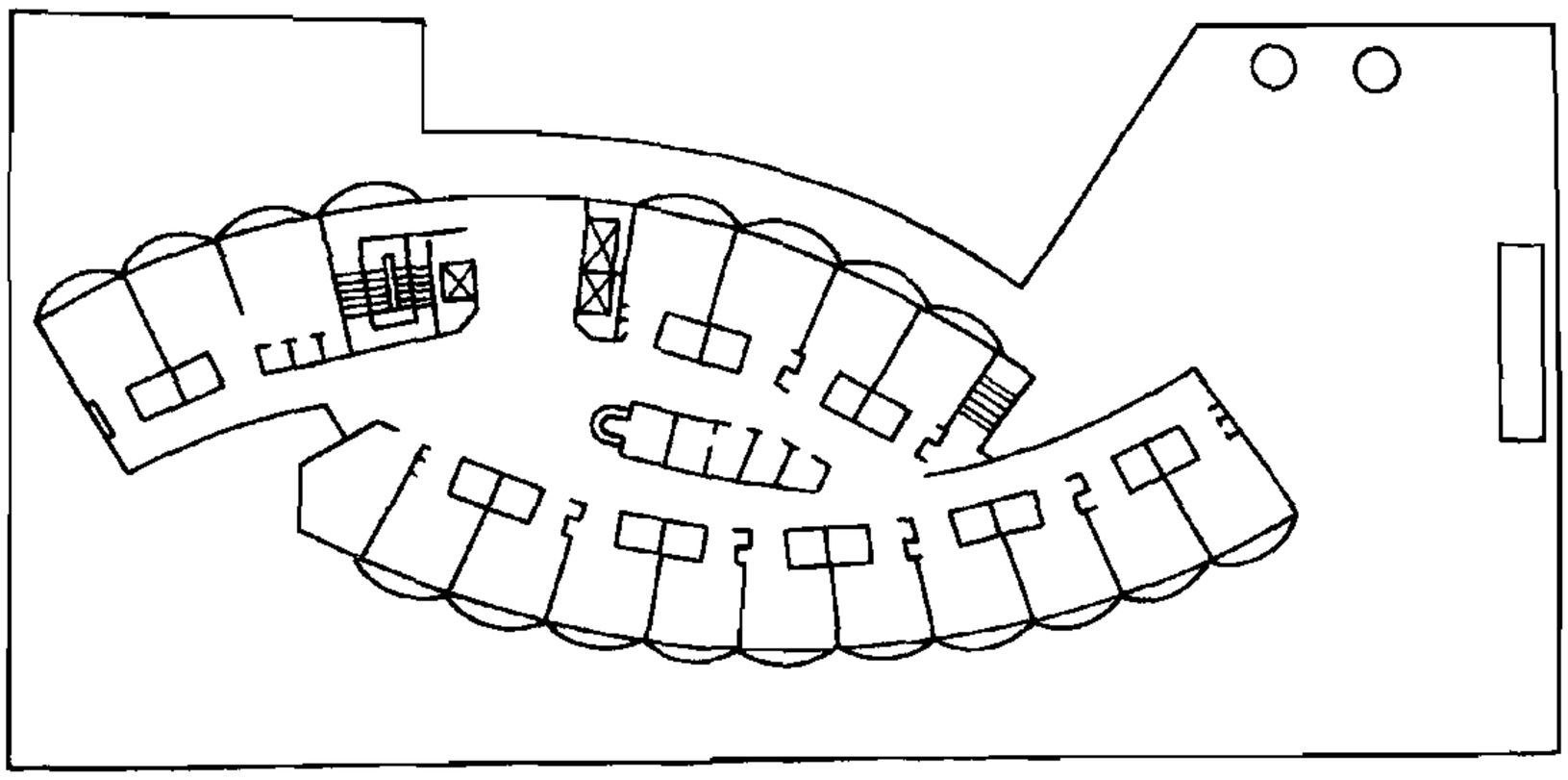


图 4-39　深圳西丽饭店平面示意图

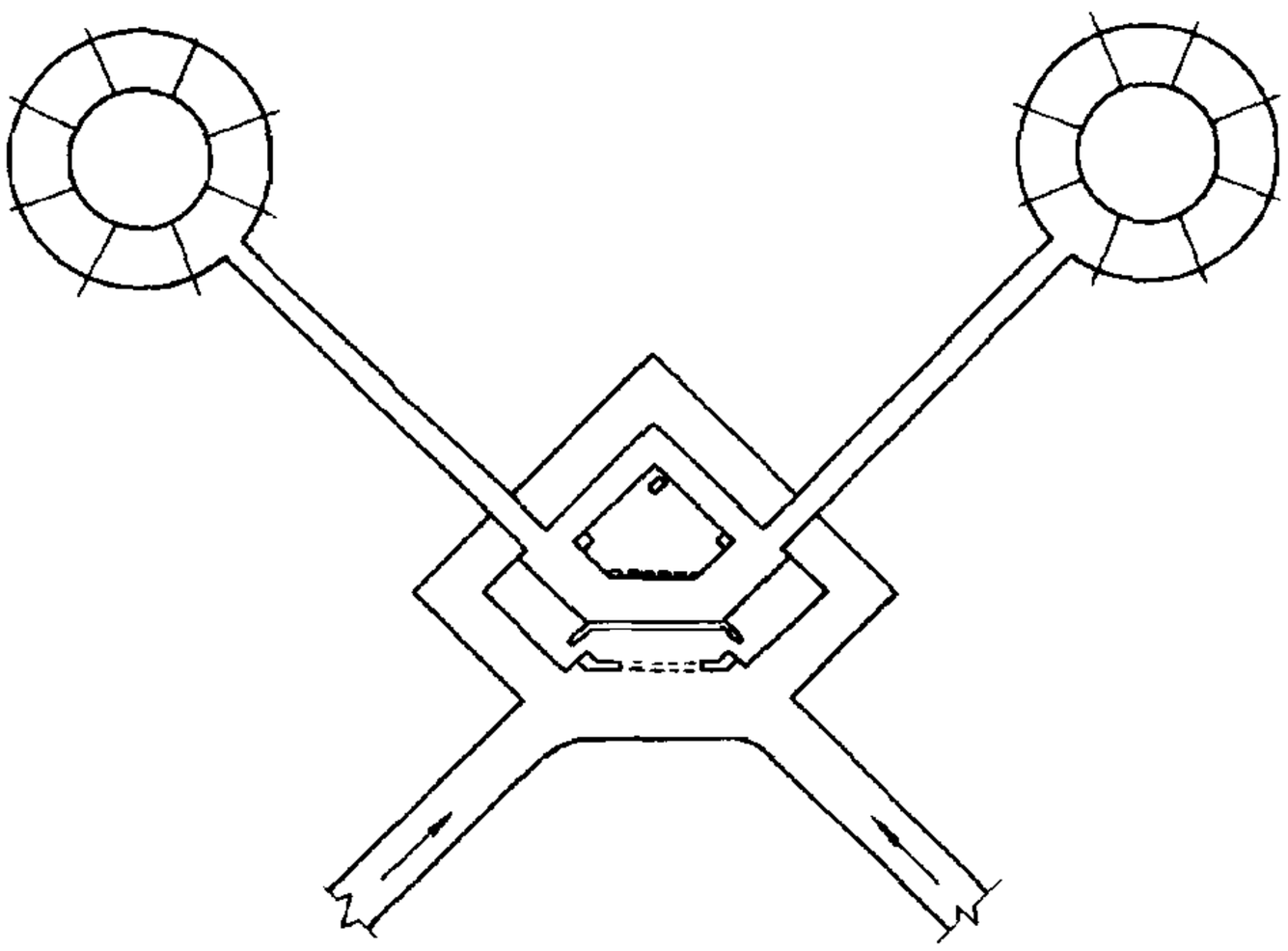


图 4-40　某航空站平面示意图

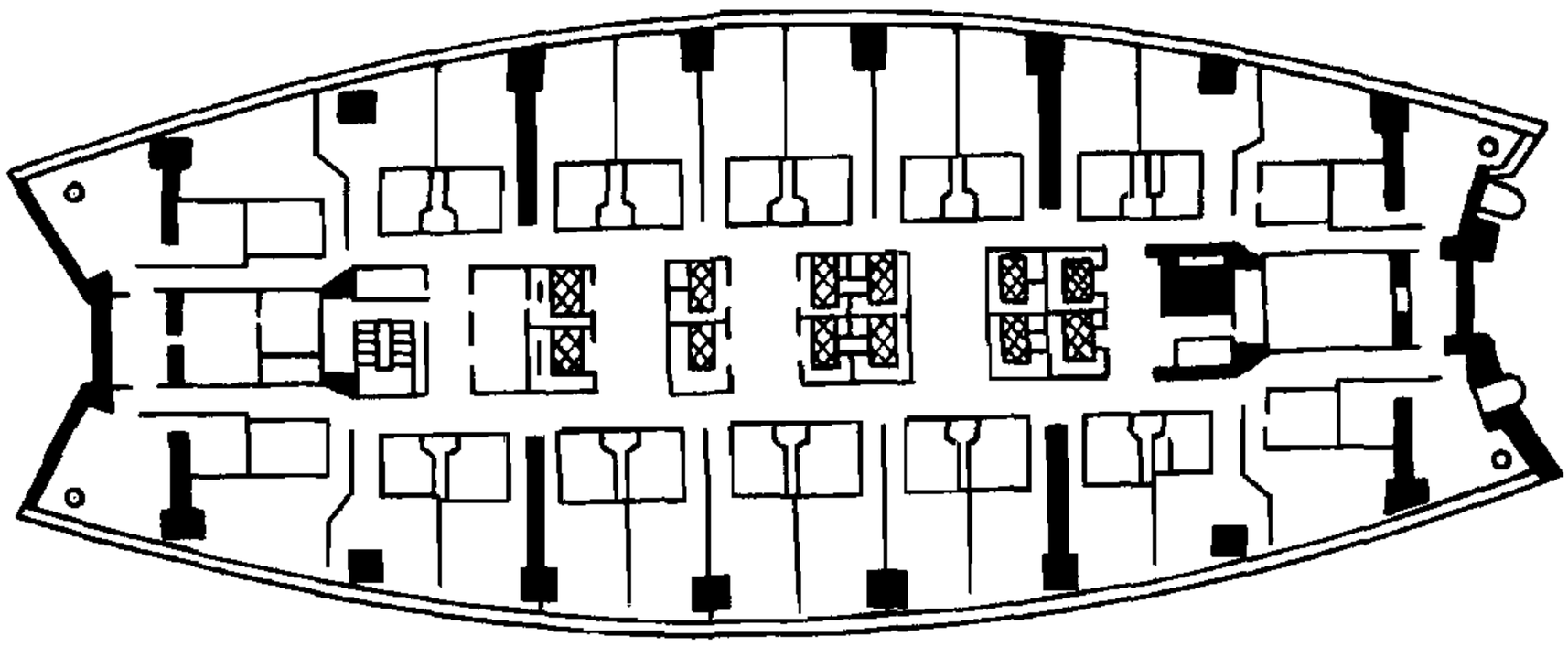


图 4-41　中国南海石油中心“珠江帆影”方案平面示意图

形 $O'MN$，根据勾股定理，可得方程：

$$O'M = \sqrt{(O'N)^2 + (MN)^2} \tag{4-50}$$

因为　$O'N = x - a$，$MN = y - b$

代入上式，可得

$$R = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} \tag{4-51}$$

去根号，便可得到圆的标准方程式

$$R^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 \tag{4-52}$$

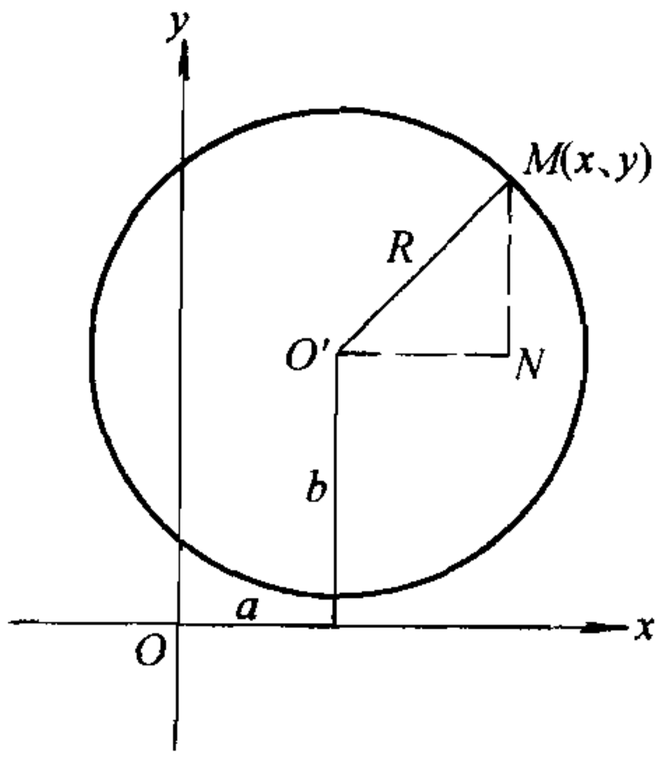


图 4-42　任意点圆的坐标

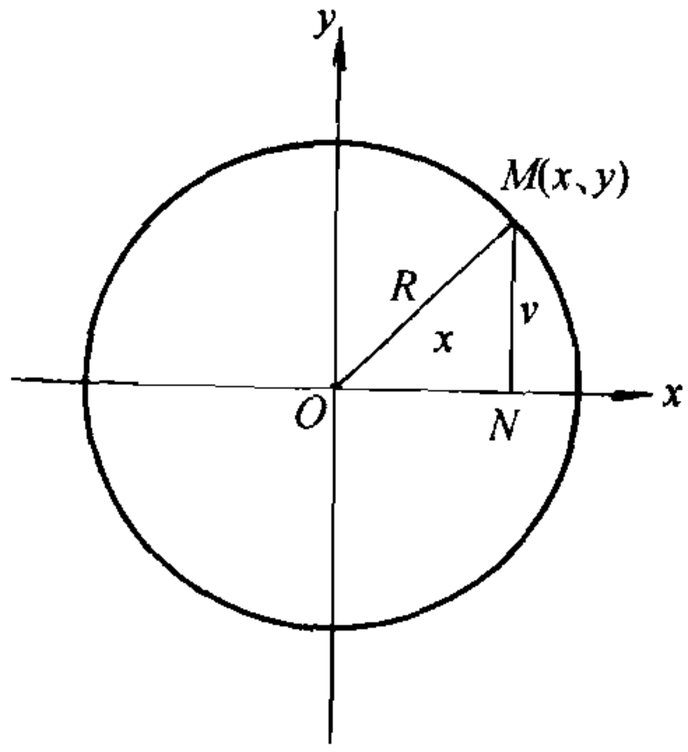


图 4-43　以坐标原点为圆心的圆

当 O' 与 O 点重合时，成为特殊情况，如图 4-43 所示，即 $a=0$，$b=0$，此时圆的方程式成为如下形式：

$$R^2 = x^2 + y^2 \tag{4-53}$$

由上可知，圆弧形平面曲线是一组二次曲线。当 R 一定时，变量 x 和 y 只要知道其中的一个数值，便可求得圆弧曲线上任何一个数值，即

$$y = \sqrt{R^2 - x^2} \tag{4-54}$$

$$x = \sqrt{R^2 - y^2} \tag{4-55}$$

在大半径圆弧形平面曲线的施工放线中，常采用等分圆弧所对的弦后，再求取各点相应的矢高值的方法来确定圆弧形平面曲线，当弦的等分点越多，放线时所求得的圆弧形曲线越精确。

【例 6】　已知一半圆形曲线，半径 R 为 5m，求在半径 5 等分处（即 x 分别为 ±1、±2、±3、±4、±5m 处）各点的矢高值 y。

解　(1) 如图 4-44 所示，以半径 $R=5$m，圆心 O 为原点作圆，并建立直角坐标，在 ox 轴上作等分点 1（−1）、2（−2）、3（−3）、4（−4）、5（−5），引垂直线向上交圆弧于 M 点。

(2) 在直角三角形 $O1M$ 中：

因为　$O1^2 + M1^2 = OM^2$

所以　$M1 = \sqrt{OM^2 - O1^2} = \sqrt{5^2 - 1^2}$

$= \sqrt{24} = 4.899$m

(3) 用同样方法可求得

$M2 = 4.583$m

$M3 = 4.000$m

$M4 = 3.000$m

$$M5 = 0\text{m}$$

(4) 根据对称性质，可知当 $x = -1$、-2、-3、-4、-5 时，其 y 值是对应相等的。

(5) 将上述各数列成一表格，如表 4-24 所示，以圆心 O 为中心两边对称。

【例 7】 已知一段半径为10m 的圆弧曲线，其弦长为 10m，求在弦上 10 等分处各点的矢高值 y。

解 (1) 如图 4-45 所示，作圆弧曲线$\overset{\frown}{AB}$，其半径 $OB = 10\text{m}$，弦长 $AB = 10\text{m}$。

(2) 以圆心 O 为原点建立直角坐标，y 轴交 AB 弦于 N，交 $\overset{\frown}{AB}$ 于 M。

(3) 以 MN 为对称轴线，将 AB 弦作 10 等分，其等分点分别为 1、2、3、4、B 和 -1、-2、-3、-4、A。

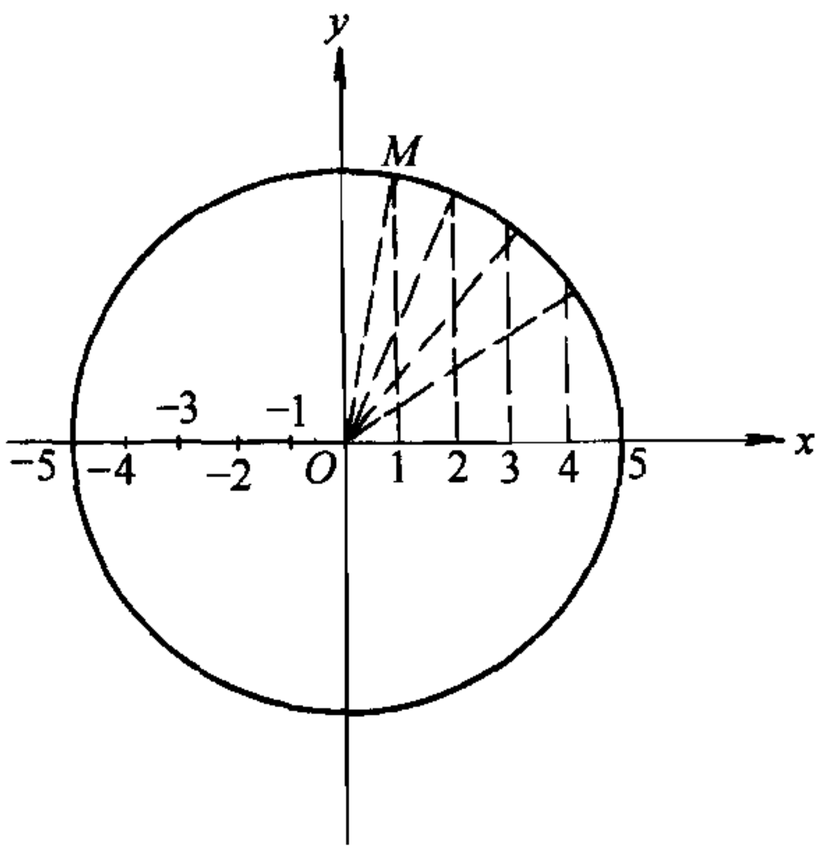


图 4-44　求解圆的矢高

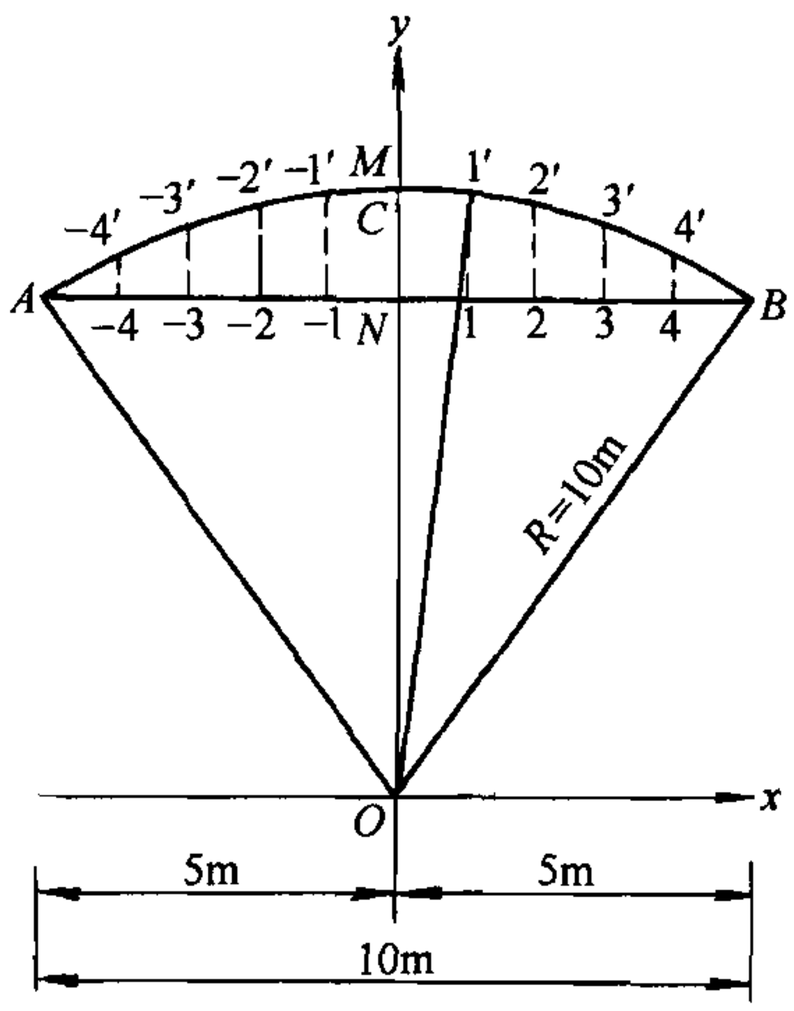


图 4-45　求一圆弧的矢高

表 4-24

x(m)	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
y(m)	0	3.000	4.000	4.583	4.899	5	4.899	4.583	4.000	3.000	0

(4) 由各等分点作 AB 弦的垂直线，分别交$\overset{\frown}{AB}$弧于 1′、2′、3′、4′和 −1′、−2′、−3′、−4′各点。

(5) 由 1′点向 y 轴作垂直线，交 y 轴于 C 点，在直角三角形 ONB 中，根据勾股定理可得

$$ON = \sqrt{(OB)^2 - (NB)^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75}$$
$$= 8.660(\text{m})$$
$$MN = OM - ON = 10 - 8.660 = 1.340\text{m}$$

MN 即为 AB 弦上的最大矢高值。

(6) 在直角三角形 $OC1'$ 中，根据勾股定理可得

$$OC = \sqrt{(O1')^2 - (C1')^2} = \sqrt{10^2 - 1^2} = \sqrt{99}$$

$$=9.950\text{m}$$

因为 $11'=NC=OC-ON$

所以　$11'=9.950-8.660=1.290\text{m}$

(7) 用同样方法可求得

$$22'=1.138\text{m}$$
$$33'=0.879\text{m}$$
$$44'=0.505\text{m}$$

(8) 根据对称性质，可知

$$-1-1'=11'=1.290\text{m}$$
$$-2-2'=22'=1.138\text{m}$$
$$-3-3'=33'=0.879\text{m}$$
$$-4-4'=44'=-0.505\text{m}$$

(9) 将上述各数列成一表格，如表 4-25 所示，以 NM 为中心两边对称。

表 4-25

x(m)	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
y(m)	0	0.505	0.879	1.138	1.290	1.340	1.290	1.138	0.879	0.505	0

在半径较大的圆弧形平面曲线的施工放线中，有时 AB 弦在现场难于作出，这时可采用以等分过圆弧顶点切线的方法，求取切线到圆弧的垂直距离来求作圆弧曲线。

【例 8】　已知直径为80m 的一段圆弧曲线$\overset{\frown}{AB}$，其弦长 AB 为 30m，求作圆弧曲线。

解　(1) 如图 4-46 所示，作圆弧曲线$\overset{\frown}{AB}$，其半径 $OB=80\text{m}$，弦长 $AB=30\text{m}$。

(2) 以圆心 O 为原点，建立直角坐标，y 轴分别交 AB 弦于 N，交$\overset{\frown}{AB}$于 M 点。

(3) 过 M 点作圆弧切线 KL。

(4) 将 AB 弦长度内的切线作若干等分点(例如 10 等分，当弦的长度较大时，等分点可适当增加，以保证所作圆弧曲线的精确度。作等分点时，应使各点间距以整数为宜，以使计算简便。如等分后带有小数时，可将小数集中于边端的一个间距上，而其他间距为整数)，其等分点为 $1'$、$2'$、$3'$、$4'$、B'、和 $-1'$、$-2'$、$-3'$、$-4'$、A'。

(5) 过各等分点作切线 KL 的垂直线（此垂线亦垂直于弦 AB)，分别交$\overset{\frown}{AB}$于 1、2、3、4、B 和 −1、−2、−3、−4、A 各点。

(6) 由图可知

$$BB'=NM=OM-ON$$

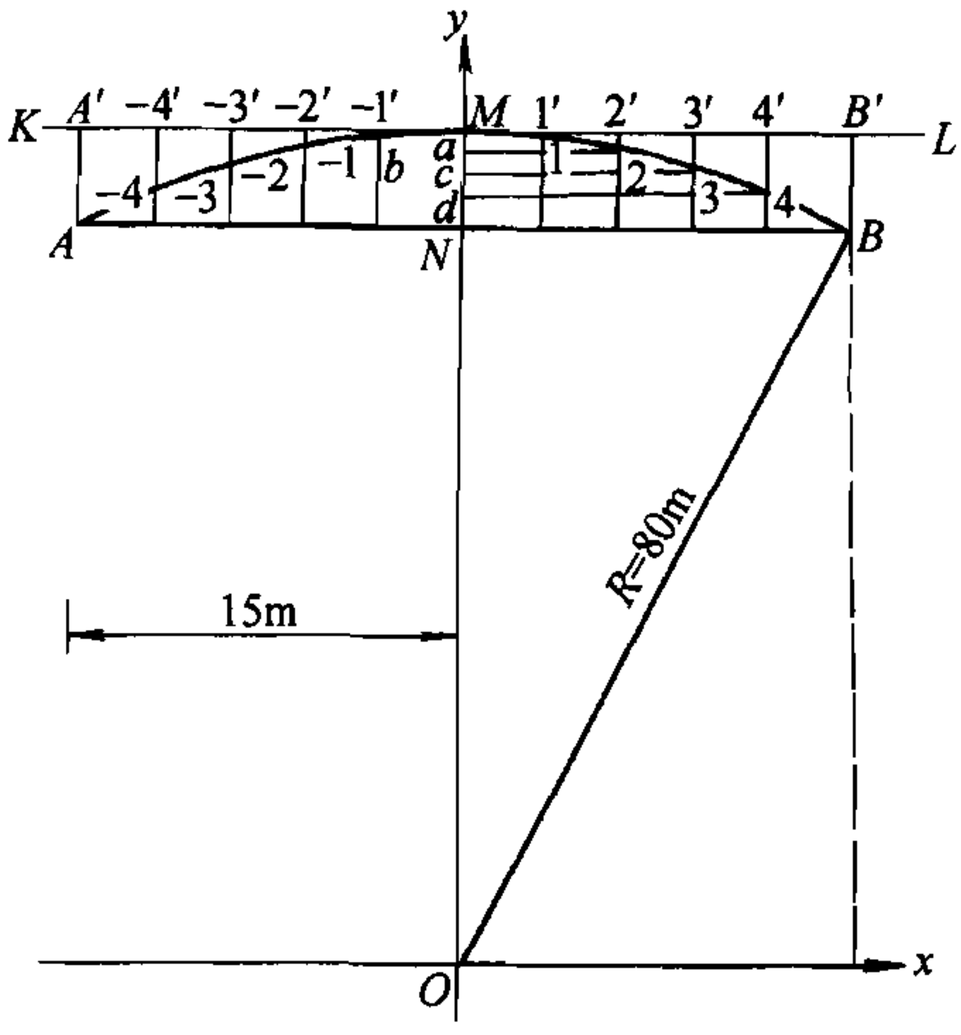


图 4-46　圆弧曲线作图法

在直角三角形 OBN 中，根据勾股定理可知

$$ON = \sqrt{OB^2 - NB^2} = \sqrt{80^2 - 15^2} = 78.581\text{m}$$

所以 $BB' = 80 - 78.581 = 1.419\text{m}$

(7) 用同样方法可求得

$$44' = 0.905\text{m}$$

$$33' = 0.508\text{m}$$

$$22' = 0.223\text{m}$$

$$11' = 0.056\text{m}$$

(8) 根据对称性质，可得

$$AA' = 1.419\text{m}$$

$$-4-4' \approx 0.905\text{m}$$

$$-3-3' \approx 0.508\text{m}$$

$$-2-2' \approx 0.223\text{m}$$

$$-1-1' \approx 0.056\text{m}$$

(9) 将上述各数列成表格，如表 4-26 所示，以 NM 为中心两边对称。

表 4-26

点	A'	$-4'$	$-3'$	$-2'$	$-1'$	M	$1'$	$2'$	$3'$	$4'$	B'
y' (m)	1.419	0.905	0.508	0.223	0.056	0	0.056	0.223	0.508	0.905	1.419

注：y'为切线到圆弧的距离。

(10) 根据表 4-26 中各点数值，可求作所需的圆弧曲线。当等分点越多，求作的圆弧曲线精确度就越高。

4-2-7-2　圆弧形平面曲线图形的现场施工放线

圆弧形平面曲线图形的现场施工放线，方法较多，有直接拉线法、几何作图法、坐标计算法以及经纬仪测角法等，现分述如下。

1. 直接拉线法

这种施工放线方法大多在圆弧半径较小的情况下采用。在定出建筑物（或构筑物）的中心桩位置后，即可进行施工放线操作。这种放线方法比较简单，一般操作工人都能掌握。

用直接拉线法进行圆弧形平面曲线图形的施工放线时，应注意以下几个问题：

(1) 中心桩位置应根据总平面图的要求，设置正确。

(2) 中心桩应稳固，中心处应钉一圆钉（中心桩为木桩时）或埋设一短钢筋头（中心桩为水泥管、砖砌或混凝土桩时），如图 4-47 所示。

(3) 应用丈杆或钢尺套住圆钉或钢筋头后进行画图操作。钢尺应松紧一致，不允许有时松时紧的现象。不宜用皮尺进行画图操作。

(4) 整个施工过程中，中心桩须多次使用，应妥善保护。同时，四周应分设辅助桩，如图 4-48 所示。当中心桩因发生碰撞或因挖土等原因被损坏或挖去后，可由辅助桩加以复核校对，重新设置中心桩，以保证中心桩的位置正确。

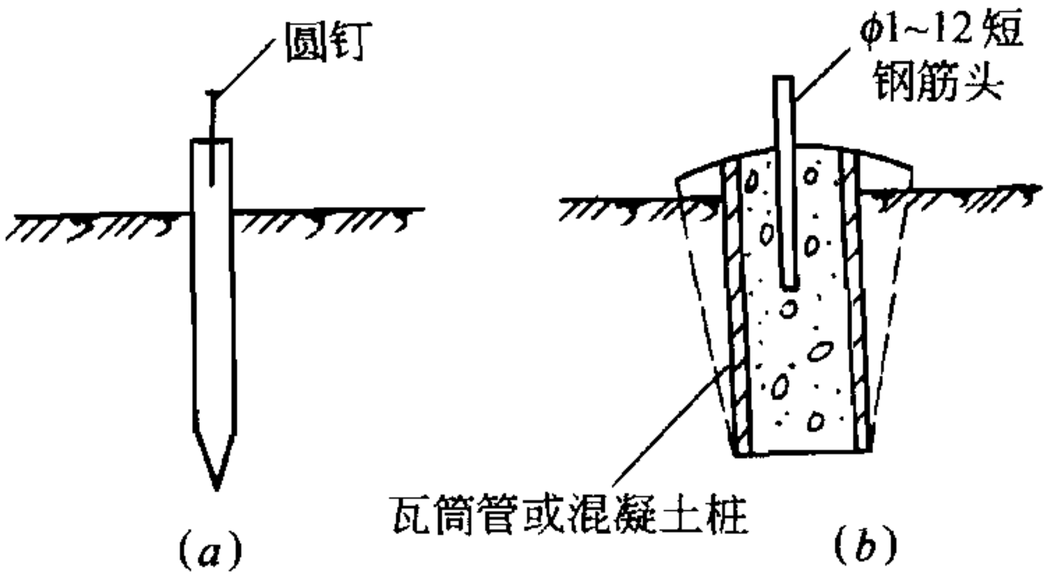


图 4-47　中心桩

(a) 木桩；(b) 水泥管或混凝土桩

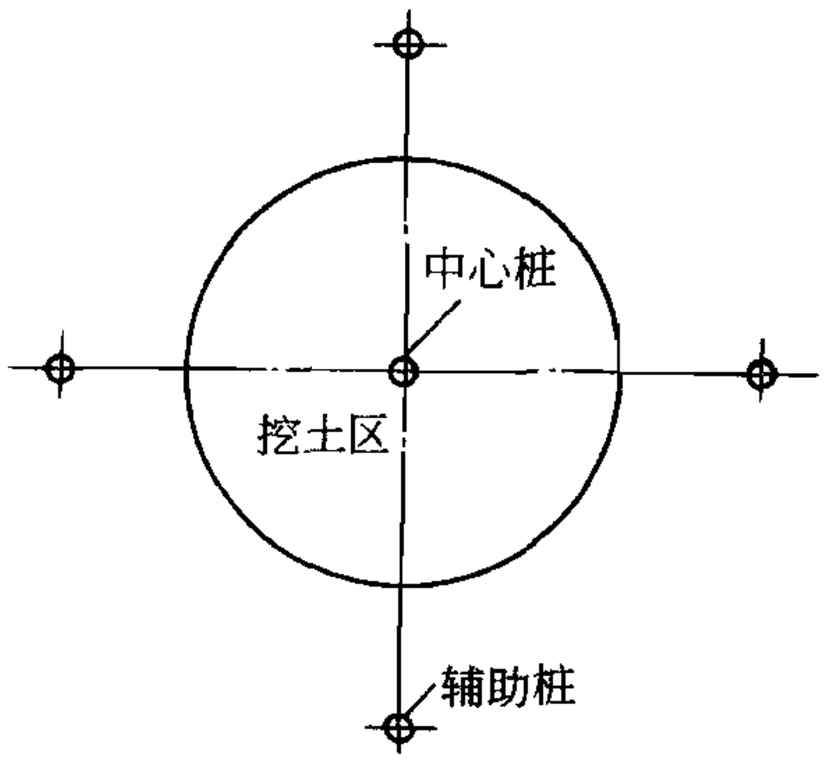


图 4-48　辅助桩

【例 9】　某一工厂幼儿园建筑为半圆形平面图形，其总平面位置及主要尺寸如图 4-49所示，试用直接拉线法进行现场施工放线。

放线步骤：

(1) 根据厂区道路中心线确定圆弧形建筑物的圆心点 O，并按照图 4-49 所示要求，设置较为稳固的中心桩。

(2) 置经纬仪于 O 点，后视 A 点（或 B 点），然后转角 45°，确定圆弧形建筑物的中轴线。

(3) 在中轴线上从 O 点量取 R_1（8400mm）、R_2（11400mm）和 R_3（18000mm），定出建筑物柱廊、前沿墙和后沿墙的轴线尺寸。

(4) 用钢尺套住中心桩上的圆钉或钢筋头，分别以 R_1、R_2、R_3 画圆，所画出之三道圆弧即为柱廊、前沿墙和后沿墙的轴线位置。

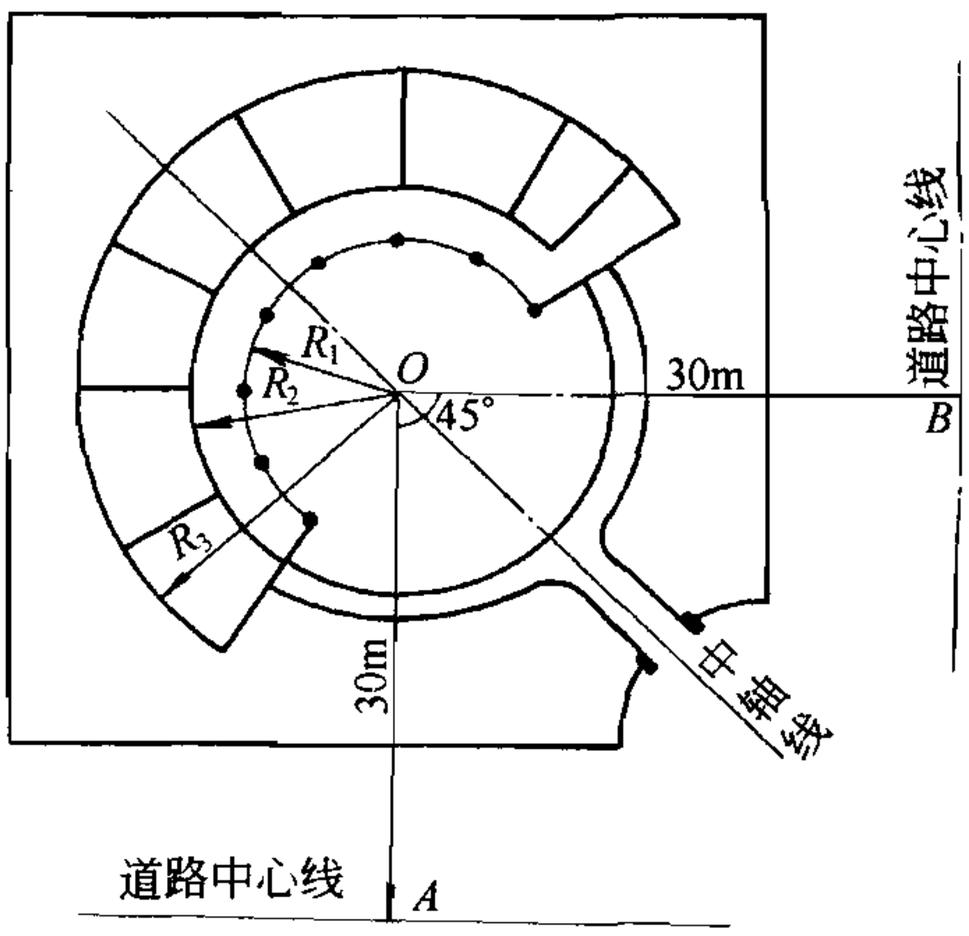


图 4-49　某幼儿园平面

(5) 置经纬仪于 O 点，根据半圆中柱廊六等分的设计要求，定出各开间的放射形中心轴线。

(6) 在各放射中心轴线的内、外侧钉好龙门板（桩），然后再定出挖土、基础、墙身等结构尺寸和局部尺寸。

2. 几何作图法

几何作图法，又可叫直接放样法，弦点作图法，即在施工现场采用几何作图工具（直尺三角尺等）直接进行圆弧形平面曲线的放样作图。

图 4-50 所示为影剧院观众厅的座位排列图，它是一组同心圆弧曲线，其半径 R 较大，圆心已越出建筑物之外，因而不能采用直接拉线法进行施工放线，而采用几何作图法，则可以收到良好的效果。

用几何作图法作圆弧形平面曲线，不需要进行任何计算，就能在施工现场直接放出具有一定精度的圆弧形平面曲线的大样。一般放线人员容易掌握。

【例 10】　设图4-50中某排座位的圆弧曲线$\overset{\frown}{AB}$的弦长为 $2L_0$，拱高为 h_0，见图 4-51 求作该圆弧曲线。

据图 4-51 当 h_0 为未知时，可根据已知 R、L_0 的情况下计算出 h_0 来，$h_0 = R - \sqrt{R^2 - L_0^2}$。

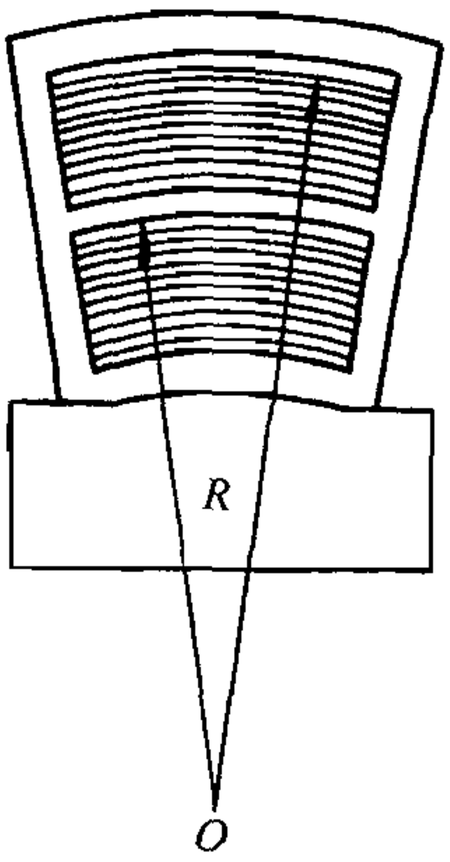


图 4-50　影剧院观众席排列图

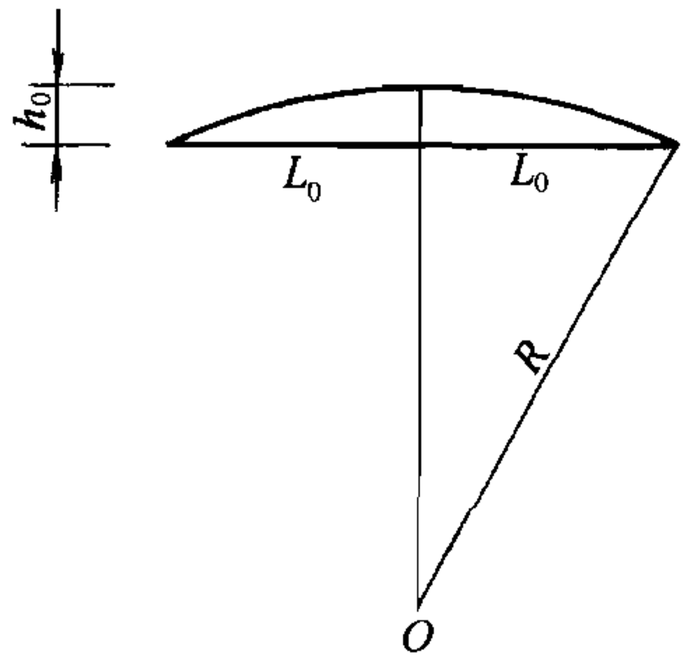


图 4-51　某排坐席的圆弧曲线

作图步骤（图 4-52）：

（1）作 $AB = 2L_0$，$OC = h_0$，并垂直平分 AB。

（2）确定$\overset{\frown}{AB}$的四分之一分点，即$\overset{\frown}{AC}$、$\overset{\frown}{BC}$的二分之一分点 G、F。

（3）过 B 点作 AB 的垂直线，并与 AC 的延长线相交于 D。

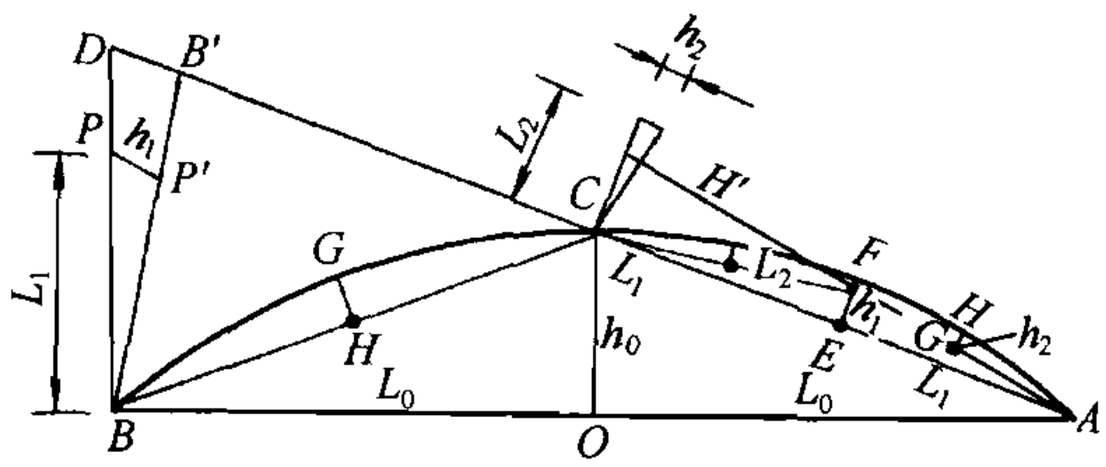


图 4-52　放样步骤图示

（4）在 AD 上截取 $AB' = AB$，并联结 BB'。

（5）在 BD 上（或其延长线上）截取 $BP = L_1$（L_1 为 AC 弦或 BC 弦之半）。

（6）过 P 点作 $DB'A$ 的平行线交 BB' 于 P' 点。

（7）量取 PP' 的长度为 h_1，则 h_1 即是$\overset{\frown}{AC}$弧或$\overset{\frown}{BC}$弧的拱高。

（8）作 AC 弦及 BC 弦的垂直平分线 EF 和 HG，并使 $EF = HG = h_1$，则 F、G 点即为 AB 圆弧曲线的四分之一分点。

（9）重复上面（3）—（8）各步骤，可得$\overset{\frown}{AB}$的八分之一分点、十六分之一分点、三十二分之一分点……。

（10）将所得各分点以平滑曲线相连，即得所要求作的圆弧曲线的大样图。一般来说，重复 3～4次，即可满足圆弧曲线的精度要求。

证明：

在图 4-53 中，我们将证明若 F 点在圆弧上，则 $EF = PP' = h_1$，这正是我们放样的依据。

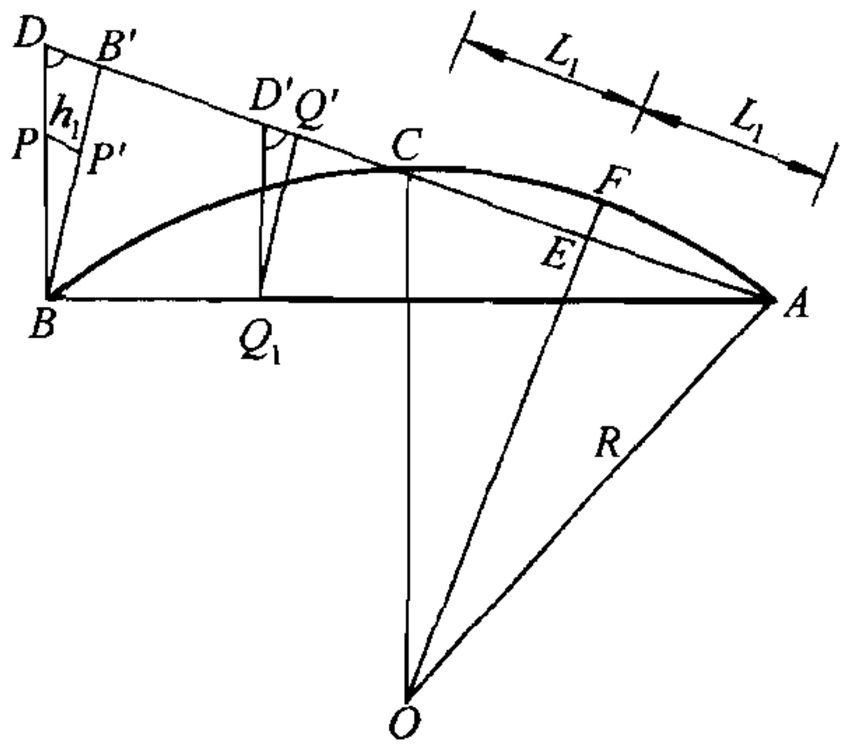


图 4-53　弦点法的验证

(1) 在图中，我们取 $AD' = R$，过 D' 点作 $D'Q_1$ 垂直于 AB，又在 AD' 上截取 $AQ' = AQ_1$，连接 $Q'Q_1$ 两点。

(2) 在直角三角形 AQ_1D' 和 OEA 中

$$AD' = AO = R$$

$$\angle Q_1AD' = \angle EOA \text{(在同圆或等圆中,圆周角等于圆心角之半)}$$

所以两三角形是全等三角形，因而

$$AQ' = AQ_1 = OE$$

$$D'Q_1 = AE = L_1$$

(3) 如果 F 是圆弧上的一点，则应有

$$D'Q' = AD' - AQ' = R - OE = EF$$

(4) 在三角形 PBP' 与三角形 $D'Q_1Q'$ 中

因为 $D'Q_1 = AE = L_1$；$PB = L_1$

所以 $D'Q_1 = PB$（等量代换）

(5) $\angle BPP' = \angle D = \angle Q_1D'Q'$（平行线之同位角相等）

$$\angle PBP' = \angle D'Q_1Q' \text{（同上）}$$

所以三角形 PBP' 与三角形 $D'Q_1Q'$ 全等。

(6) 因为 $PP' = h_1$

所以 $D'Q' = PP' = h_1$

(7) 由第 3 条中得

$$D'Q' = EF$$

所以 $EF = PP' = h_1$

证毕。

几何作图法求作圆弧曲线宜在垫层做好后进行。施工放线时，地面上所弹墨线较多，应精心操作，防止差错。

3. 坐标计算法

坐标计算法适用于半径较大的圆弧形平面曲线图形的施工放线，由于半径较大，圆心越出建筑物平面以外甚远，无法用直接拉线法或几何作图法来进行施工放线，而采用坐标计算法，则能获得较高的施工精度且施工操作方法也较简便。坐标计算法，一般将计算结果最终列成表格，供放线人员使用，因此，实际现场施工放线工作比较简单。

设计图上的大半径圆弧形平面曲线，既有整根圆弧曲线，也有等分圆弧曲线。根据不同的设计要求，采取不同的坐标计算方法和施工放线方法，现列举一些实例，加以叙述说明。

【例 11】 图4-54为某影剧院观众厅座位排列图，观众厅净宽 18m，座位平面第一排宽为 12m，中间和后面排宽为 16m，前后排距为 0.8m，第一排圆弧半径为 30m，试用坐标计算法求作圆弧形座位排列曲线。

计算步骤：

(1) 沿观众厅纵向画出中心线，作为直角坐标的 y 轴线，经圆弧的圆心 O 作直角坐标的 x 轴线，如图 4-55 所示。

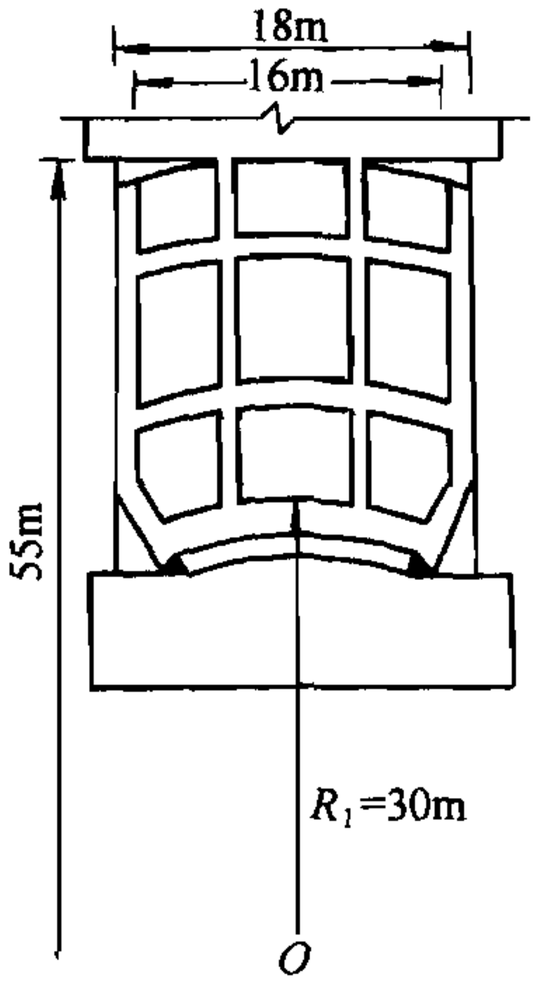


图 4-54　某影剧院观众厅座位排列图

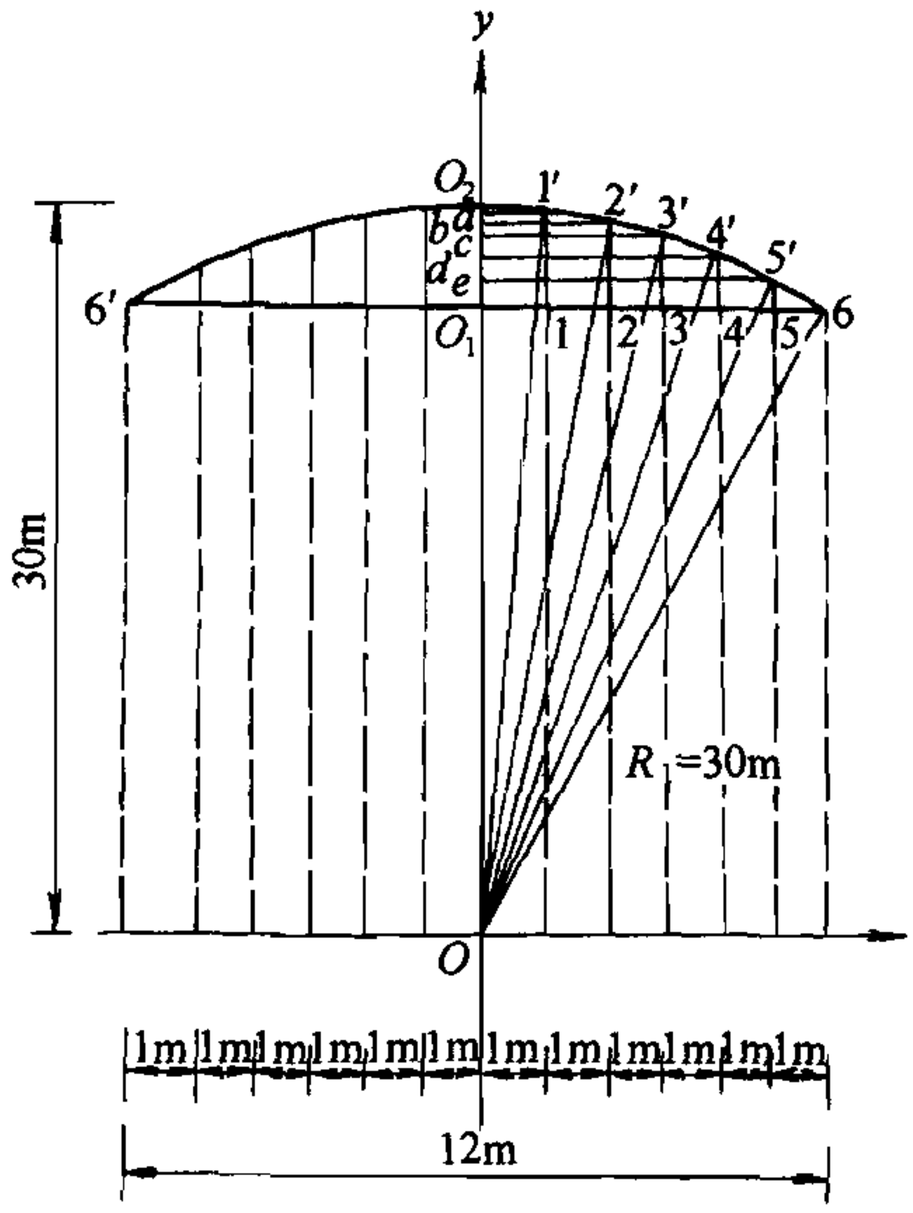


图 4-55　沿第一排坐席圆弧作直角坐标系图

(2) 在观众厅纵向沿 y 轴线向两侧分，每隔 1m（该数值可根据具体情况确定）画若干平行线。

(3) 以第一排为例进行计算。第一排座位的圆弧曲线弦长为 12m，圆弧半径为 30m，每米一道的纵向线将弦长作了十二等分，每一纵向线与弦的交点为 1、2、3、4、5、6，与圆弧曲线的交点为 1′、2′、3′、4′、5′。

(4) 从 1′、2′、3′、4′、5′各点分别向 y 轴线作垂线，得交点为 a、b、c、d、e 各点，并都可以形成一个直角三角形 $a1'O$、$b2'O$、$c3'O$……。

(5) 在直角三角形 $a1'O$ 中

$$Oa = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{30^2 - 1^2} = 29.983\text{m}$$

用同样方法可求得

$$Ob = \sqrt{30^2 - 2^2} = 29.933\text{m}$$

$$Oc = \sqrt{30^2 - 3^2} = 29.850\text{m}$$

$$Od = \sqrt{30^2 - 4^2} = 29.732\text{m}$$

$$Oe = \sqrt{30^2 - 5^2} = 29.580\text{m}$$

$$OO_1 = \sqrt{30^2 - 6^2} = 29.394\text{m}$$

由于 y 轴线是纵向中心线，所以只需计算一半就可以了。

(6) 计算 1、2、3、4、5 各点的矢高值：

$$O_1O_2 = R - OO_1 = 30 - 29.394 = 0.606\text{m}$$

$$11' = Oa - OO_1 = 29.983 - 29.394 = 0.589\text{m}$$

$$22' = Ob - OO_1 = 29.933 - 29.394 = 0.539\text{m}$$

$$33' = Oc - OO_1 = 29.850 - 29.394 - 0.456\text{m}$$

$$44' = Od - OO_1 = 29.732 - 29.394 = 0.338\text{m}$$

$$55' = Oe - OO_1 = 29.580 - 29.394 = 0.186\text{m}$$

(7) 第二排座位的圆弧曲线坐标计算，只需将半径加上 0.8m，即 $R = 30.8\text{m}$。由于考虑视觉影响，影剧院的前面几排平面布置有个斜度，假设第二排比第一排每边放出 60cm，则第二排的计算简图如图 4-56 所示。

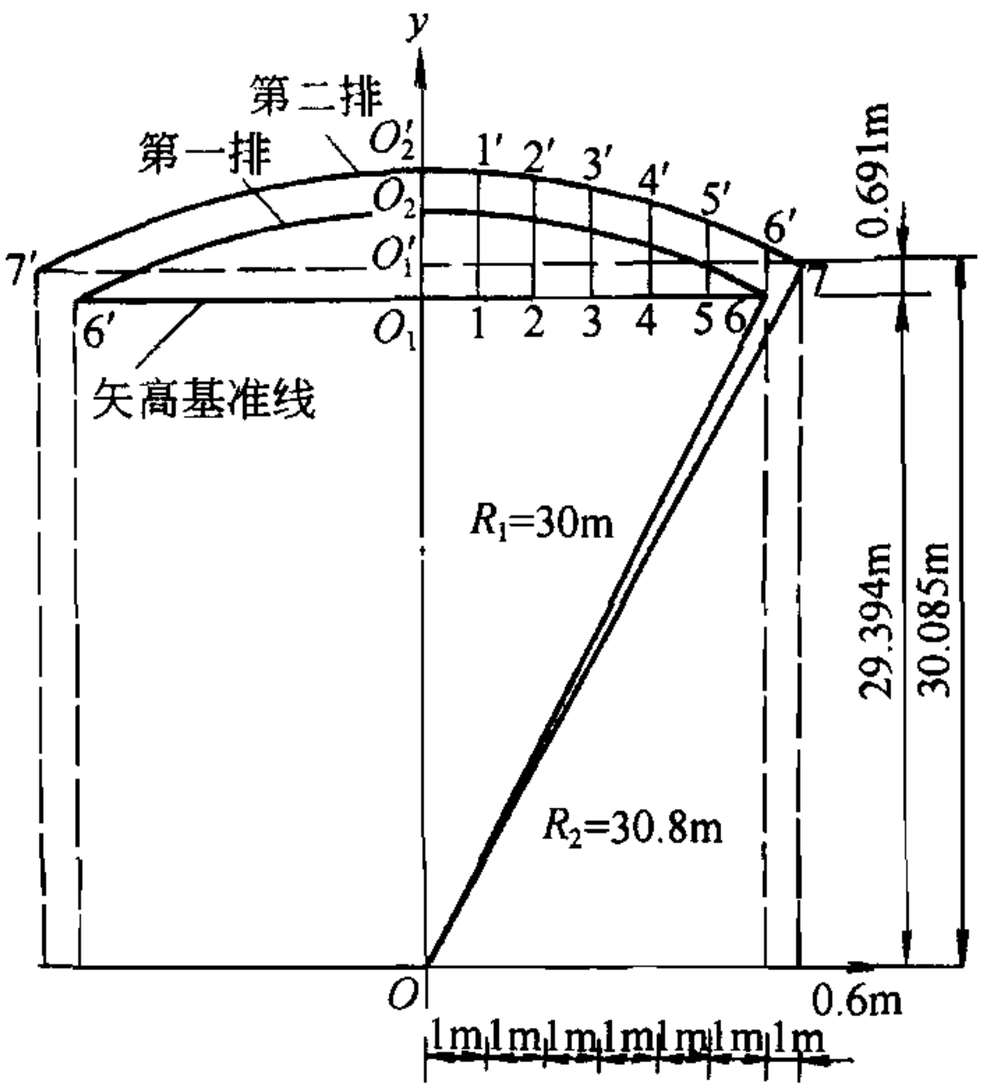


图 4-56 沿第二排坐席圆弧作直角坐标系图

用同样的计算方法，对第二排座位的计算结果如下：

$$Oa = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{30.8^2 - 1^2} = 30.784\text{m}$$

$$Ob = \sqrt{30.8^2 - 2^2} = 30.735\text{m}$$

$$Oc = \sqrt{30.8^2 - 3^2} = 30.654\text{m}$$

$$Od = \sqrt{30.8^2 - 4^2} = 30.539\text{m}$$

$$Oe = \sqrt{30.8^2 - 5^2} = 30.391\text{m}$$

$$Of = \sqrt{30.8^2 - 6^2} = 30.210\text{m}$$

$$OO'_1 = \sqrt{30.8^2 - 6.6^2} = 30.085\text{m}$$

同样可得各点的矢高值（以弦 TT' 为基准线）：

$$O'_1O'_2 = R - OO'_1 = 30.8 - 30.085 = 0.715\text{m}$$

$$11' = Oa - OO'_1 = 30.784 - 30.085 = 0.699\text{m}$$

$$22' = Ob - OO'_1 = 30.735 - 30.085 = 0.650\text{m}$$

$$33' = Oc - OO'_1 = 30.654 - 30.085 = 0.569\text{m}$$

$$44' = Od - OO'_1 = 30.539 - 30.085 = 0.454\text{m}$$

$$55' = Oe - OO'_1 = 30.391 - 30.085 = 0.306\text{m}$$

$$66' = Of - OO'_1 = 30.210 - 30.085 = 0.125\text{m}$$

其他各排座位圆弧曲线的计算方法依次类推，直至最后一排。最后将全部计算结果列成表格，供现场放线人员使用，如表 4-27 所示为 1～7 排座位圆弧曲线的计算表格，表 4-28为 1～7 排计算汇总表，可直接供现场施工人员使用。图 4-57 是各排的计算简图，其中 y 代表 Oa、Ob、$Oc\cdots\cdots y = \sqrt{R^2 - x^2}$，$h$ 代表 $11'$、$22'$、$33'\cdots\cdots h = y - H$。

1～7 排座位圆弧线计算表 表 4-27

纵向线编号	距离	第一排 $R=30\text{m}$	第二排 $R=30.8\text{m}$	第三排 $R=31.6\text{m}$	第四排 $R=32.4\text{m}$	第五排 $R=33.2\text{m}$	第六排 $R=34\text{m}$	第七排 $R=34.8\text{m}$
1	Oa	29.983	30.784	31.584	32.385	33.185	33.985	34.786
2	Ob	29.933	30.735	31.537	32.338	33.140	33.941	34.742
3	Oc	29.850	30.654	31.457	32.261	33.064	33.867	34.670
4	Od	29.732	30.539	31.346	32.152	32.958	33.764	34.569
5	Oe	29.580	30.391	31.202	32.012	32.821	33.630	34.439
6	Of	29.394	30.210	31.025	31.840	32.653	33.466	34.279
7	OG		30.085①	30.815	31.635	32.454	33.272	34.089
8	OH			30.769②	31.447③	32.222	33.045	33.868

续表

纵向线编　号	距离	第一排 $R=30$m	第二排 $R=30.8$m	第三排 $R=31.6$m	第四排 $R=32.4$m	第五排 $R=33.2$m	第六排 $R=34$m	第七排 $R=34.8$m
中心线	OO_1	0.606	0.715	0.831	0.953	0.978	0.955	0.932
1	11′	0.589	0.699	0.815	0.938	0.963	0.940	0.918
2	22′	0.539	0.650	0.768	0.891	0.918	0.896	0.874
3	33′	0.456	0.569	0.688	0.814	0.842	0.822	0.802
4	44′	0.338	0.454	0.577	0.705	0.736	0.719	0.701
5	55′	0.186	0.306	0.433	0.565	0.599	0.585	0.571
6	66′		0.125①	0.256	0.393	0.431	0.421	0.411
7	77′			0.046②	0.188③	0.232	0.227	0.221

①30.085 及 0.125 是 $x=6.6$m 处的数值。

②30.769 及 0.046 是 $x=7.2$m 处的数值。

③31.447 及 0.188 是 $x=7.8$m 处的数值。

实际放线步骤：

影剧院观众厅圆弧形座位放线工作，一般是在地面的混凝土垫层浇捣完成后进行的。

（1）根据设计图纸所给定的尺寸，先弹出第一排圆弧形座位曲线的弦——即整个放线中的矢高基准线。

（2）弹出纵向中心线，并向两侧每隔 1m 弹出 8 道（两边共 16 道）纵向平行线。

（3）根据表 4-27 中的数值，由矢高基准线开始向前逐一量取各点，如中心线上各点的数值为 0.606、1.406、2.206……1 号线上各点数值为 0.589、1.390、2.190、2.991……最后将各点顺滑连接起来，即可简单、迅速而又精确地得到各排座位的圆弧曲线，如图 4-58 所示。

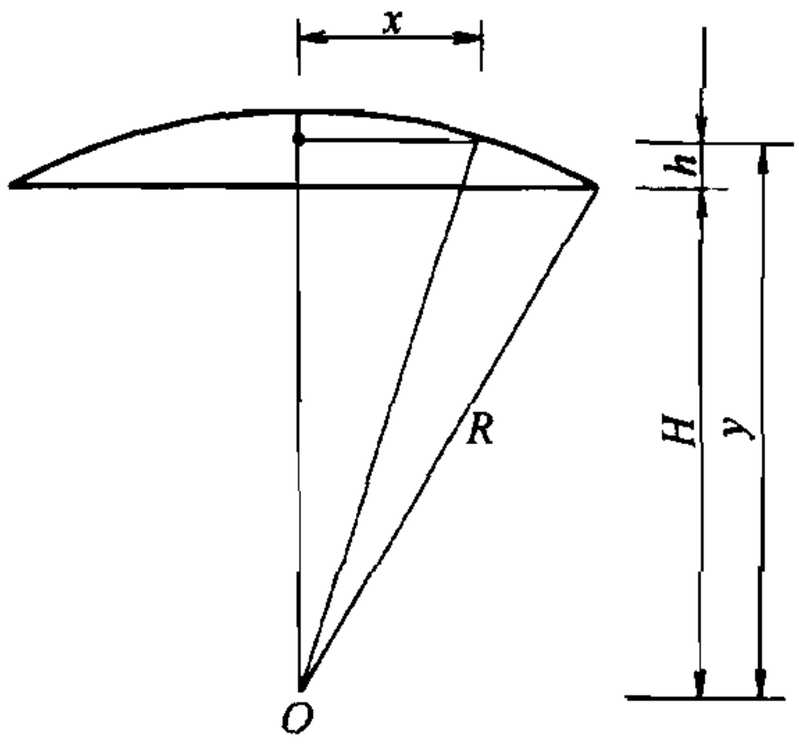


图 4-57　各排计算简图

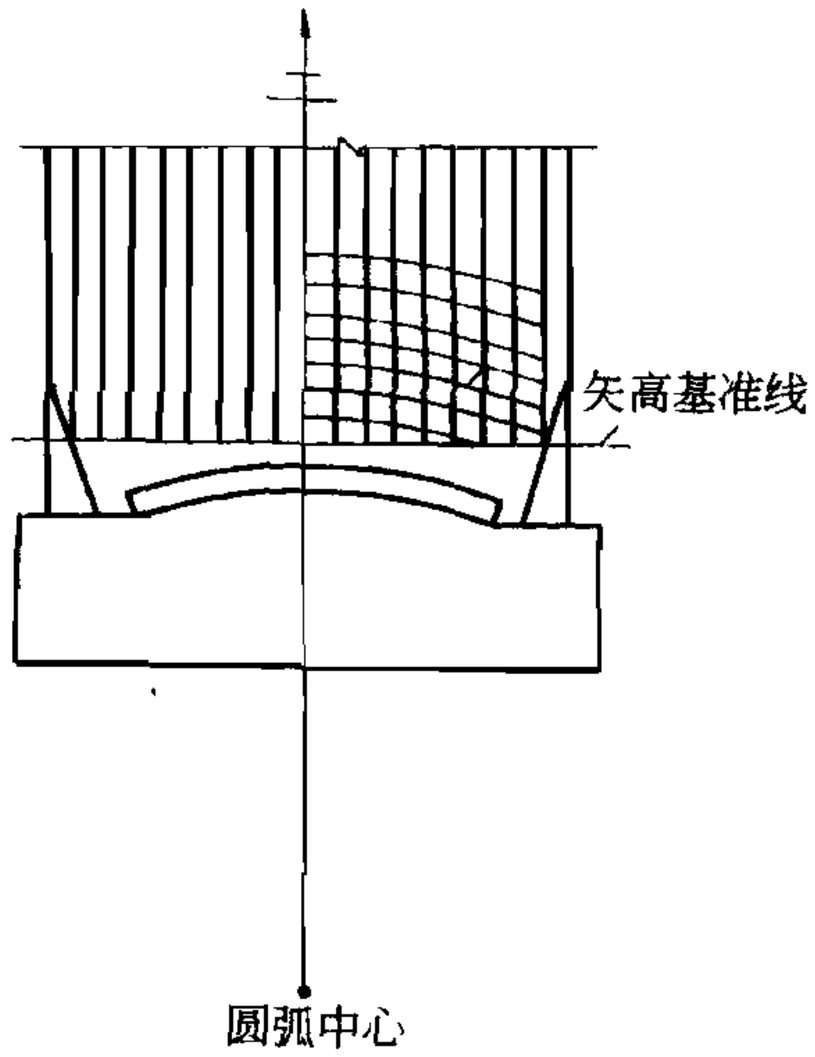


图 4-58　观众厅圆弧座位放样图示

（4）根据设计图纸要求，弹出纵向走道线，确定坐椅脚位置后，就可进行下道工序施工了。

也许有人会提出，当求出第一排座位的圆弧曲线的位置后，向后逐一推移一个排距不

就行了吗？反正圆弧都是一样的。实际上这样做的结果，只是把圆心向前移动，把各排座位圆弧变成了若干个相同半径的圆弧曲线了，这是不符合设计要求的。因为观众厅的座位圆弧，在设计上是一组不同半径的同心圆弧曲线，这一点，在施工中应切实注意。

1～7 排座位圆弧线计算汇总表 **表 4-28**

项目 \ 座位排号		第一排	第二排	第三排	第四排	第五排	第六排	第七排
圆弧曲线半径 R（m）		30.0	30.8	31.6	32.4	33.2	34.0	34.8
圆弧曲线弦长（m）		12.0	13.2	14.4	15.6	16.0	16.0	16.0
弦心距②（m）		29.394	30.085	30.769	31.477	32.222	33.045	33.868
各排圆弧弦到矢高基准线距离③（m）		$h_1=0$	$h_2=0.691$	$h_3=1.375$	$h_4=2.053$	$h_5=2.828$	$h_6=3.651$	$h_7=4.474$
各④纵向线上点至矢高基准线的距离（m）	中心线	0.606	1.406	2.206	3.006	3.806	4.606	5.406
	1	0.589	1.390	2.190	2.991	3.791	4.591	5.392
	2	0.539	1.341	2.143	2.944	3.746	4.547	5.348
	3	0.456	1.260	2.063	2.867	3.670	4.473	5.276
	4	0.338	1.145	1.952	2.758	3.564	4.370	5.175
	5	0.186	0.997	1.808	2.618	3.427	4.236	5.045
	6	—	0.816	1.631	2.446	3.259	4.072	4.885
	7	—	0.691①	1.421	2.241	3.060	3.878	4.695
	8	—		1.375①	2.053①	2.828	3.651	4.474

①0.691、1.375、2.053 分别是 $x=6.6$m、7.2m、7.8m 处的值。

②弦心距是指每排圆弧之弦到圆心 O 的距离。

③各排圆弧弦到矢高基准线的距离 h，等于该排弦心距减去第一排弦心距所得。

④各纵向线上的定点数值，等于该排的计算矢高值加上注③中的 h 值。以第 1 条纵向线为例，第二排 1.390＝0.699＋0.691，第三排 2.190＝0.815＋1.375。

对于影剧院观众厅后面的圆弧形后墙，与座位圆弧也是一个同心圆（图 4-58）。该墙靠门厅一侧为直线形墙。该墙一开始就将先行施工，在坐标计算中，我们可以把直线形墙作为圆弧形后墙的切线，用［例 8］的方法，进行圆弧形后墙的施工放线。

【例 12】 以［例 11］所示影剧院为例，设圆弧形后墙的半径 $R=55$m，见图 4-59 所示，试进行坐标计算。

如图 4-59 所示，仍以中心线两侧每隔 1m 弹一道纵向平行线，即把直线形墙作 18 等分，各交点为 1′、2′……7′、8′、9′，与圆弧形后墙的交点为 1、2……7、8、9。

根据图示

$$y=\sqrt{R^2-x^2}$$

$$h=R-y$$

所以 $OO_1=\sqrt{R^2-x^2}=\sqrt{55^2-9^2}=54.259\text{m}$

$$9-9'=R-y=55-54.259=0.741\text{m}$$

用同样方法，可计算出

$$8-8'=55-\sqrt{55^2-8^2}=55-54.415=0.585\text{m}$$

$$7-7'=55-\sqrt{55^2-7^2}=55-54.553=0.447\text{m}$$

$$6-6'=55-\sqrt{55^2-6^2}=55-54.672=0.328\text{m}$$

$$5-5'=55-\sqrt{55^2-5^2}=55-54.772=0.228\text{m}$$

$$4-4'=55-\sqrt{55^2-4^2}=55-54.854=0.146\text{m}$$

$$3-3'=55-\sqrt{55^2-3^2}=55-54.918=0.082\text{m}$$

$$2-2'=55-\sqrt{55^2-2^2}=55-54.964=0.036\text{m}$$

$$1-1'=55-\sqrt{55^2-1^2}=55-54.991=0.009\text{m}$$

根据对称关系，只需计算一半。

最后根据计算结果，列成相应表格供施工放线人员使用。

在影剧院工程施工中，大半径的圆弧形曲线还广泛应用于楼座挑台、顶棚天花等处，其坐标计算和放线定位方法，既可采用［例 11］求圆弧弦矢高值的方法，也可采用［例 12］求圆弧切线矢高值的方法。如以楼座圆弧形挑台的立模定位为例，如图 4-60 所示Ⅰ—Ⅰ直线即为采用［例 11］方法放线的基准线，Ⅱ—Ⅱ直线则为采用［例 12］方法放线的基准线。通过坐标计算，两种方法都能精确地确定挑台的圆弧形平面位置。

在浴室工程施工中，圆弧形顶棚，如图 4-61 所示，也常遇到。要使顶棚的圆弧形状施工准确，就得将圆弧形顶棚龙骨放样、制作得正确和吊筋长短配置得正确。

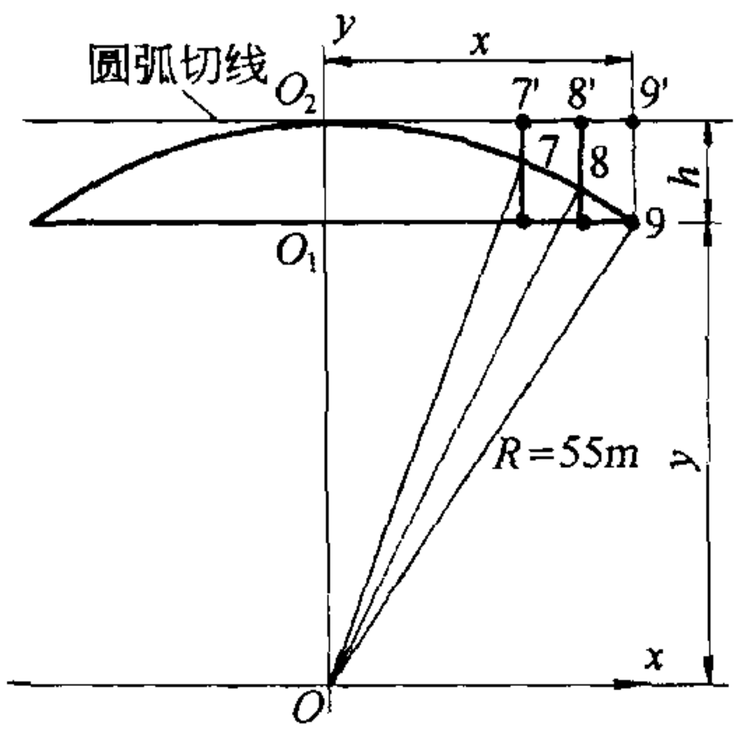


图 4-59　坐标计算示例

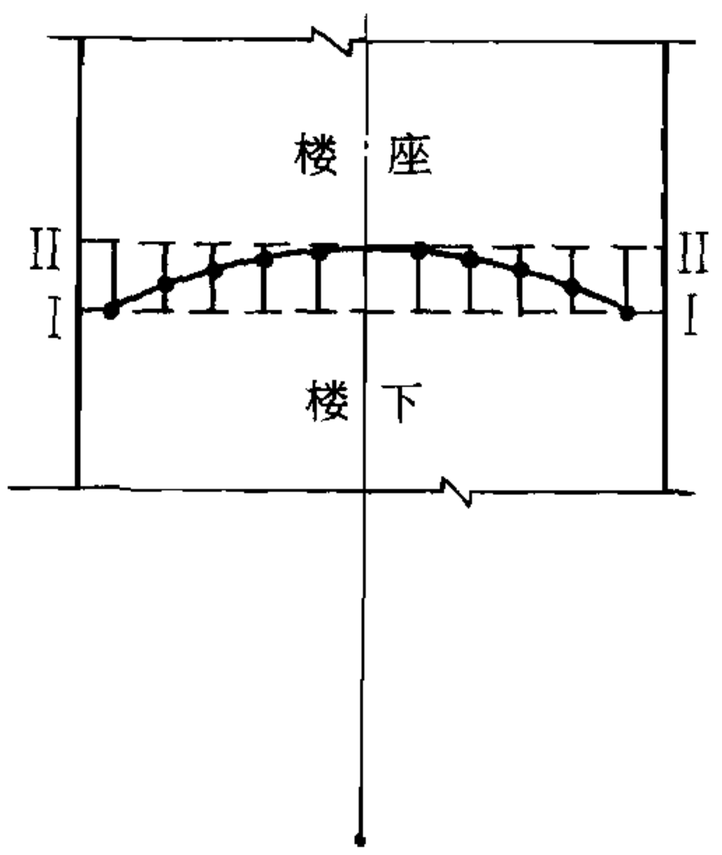


图 4-60　楼座圆弧形挑台放样图示意

【例 13】　某浴室浴池间剖面如图 4-61 所示，采用圆弧形钢丝网板条顶棚，圆弧半径 $R=12\text{m}$，浴室前后墙净距为 10m，顶棚的木龙骨底与屋顶板底距离 30cm，屋面坡度为 3%，顶棚吊筋用圆钢筋，每米 1 根。求作吊筋长度、木龙骨大样。

计算步骤：

（1）本例按［例 12］方法，作圆弧形顶棚的切线，计算图如图 4-62 所示。假设平顶筋、板条、粉刷层共厚 5cm，则到木龙骨底的圆弧半径为 12.05m。

根据图示

$$55' = R - \sqrt{R^2 - x^2}$$

$$= 12.05 - \sqrt{12.05^2 - 5^2} = 12.05 - 10.96 = 1.09(\text{m})$$

同样方法可求得

$$44' = 12.05 - \sqrt{12.05^2 - 4^2} = 0.68\text{m}$$

$$33' = 12.05 - \sqrt{12.05^2 - 3^2} = 0.38\text{m}$$

$$22' = 12.05 - \sqrt{12.05^2 - 2^2} = 0.17\text{m}$$

$$11' = 12.05 - \sqrt{12.05^2 - 1^2} = 0.04\text{m}$$

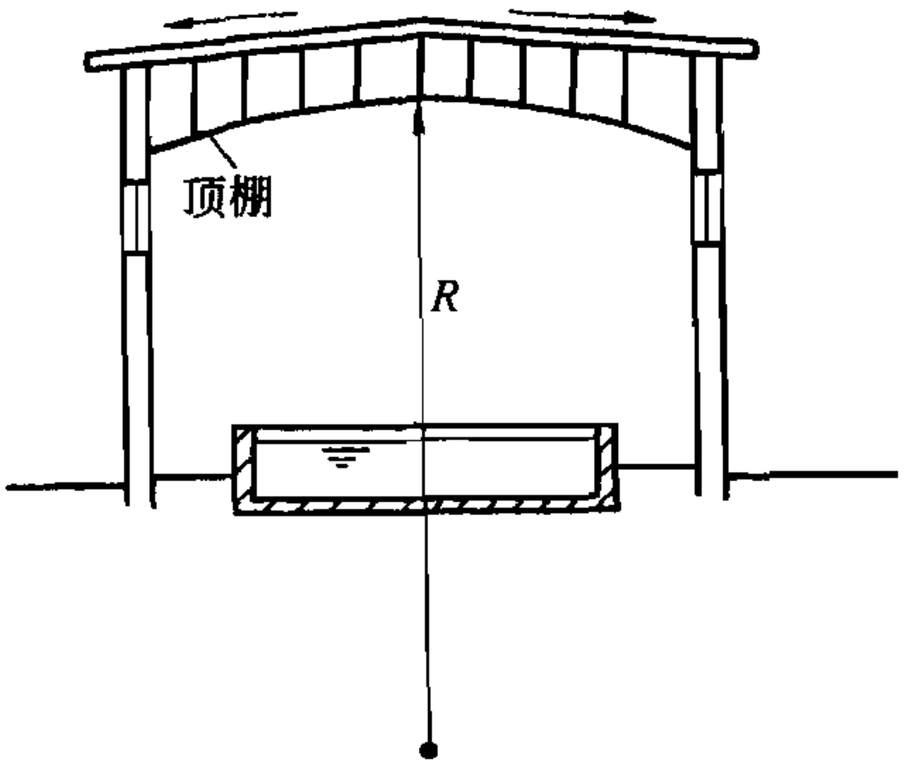


图 4-61　某浴室浴池间剖面图

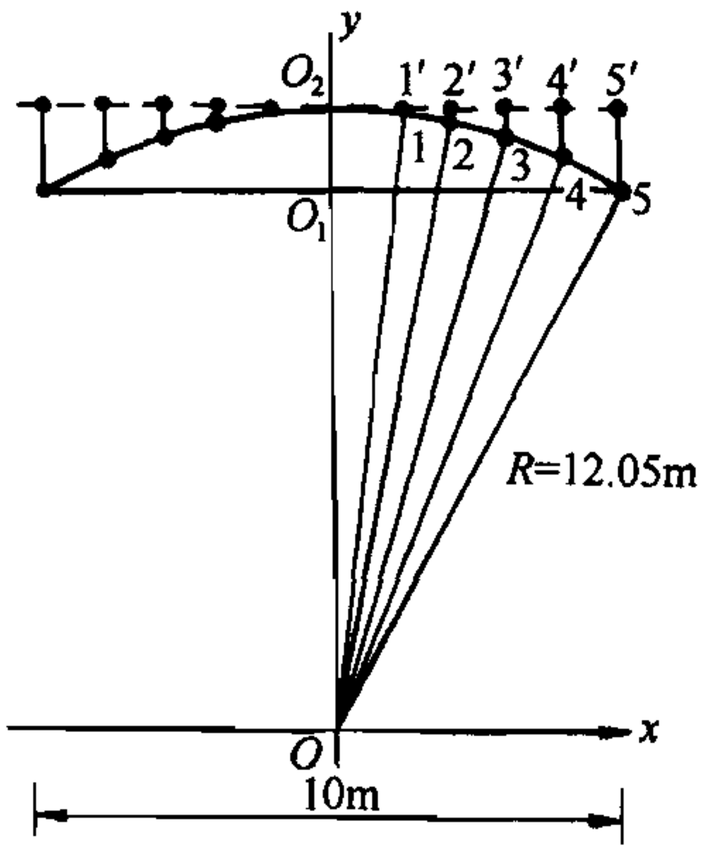


图 4-62　圆弧顶棚计算图

(2) 根据屋顶坡度、顶棚与屋顶板底的距离以及吊筋埋入屋顶混凝土内的长度和伸出木龙骨的长度，可算出每根吊筋的实际长度，如图 4-63 所示。

吊筋 (1) 长度 = 30 + 5 + 3 = 38cm

吊筋 (2) 长度 = 38 + 4 − 100 × 3% = 39cm

吊筋 (3) 长度 = 38 + 17 − 200 × 3% = 49cm

吊筋 (4) 长度 = 38 + 38 − 300 × 3% = 67cm

吊筋 (5) 长度 = 38 + 68 − 400 × 3% = 94cm

吊筋 (6) 长度 = 38 + 109 − 500 × 3% = 132cm

(3) 进行木龙骨放样、制作。根据图 4-63 所示计算的数值和木龙骨的设计尺寸，即可放出木龙骨的大样图，如图 4-64 所示，并根据图纸设计数量预先制作好。

【例 14】　某商店地处繁华的市区中心广场一角，平面呈圆弧形，共 22 间，前沿圆弧半径为 86500mm，房屋进深 11300mm，前沿每间轴线间弦长 4000mm，总平面及平面图如图 4-65、图 4-66 所示。试用坐标计算法进行施工放线。

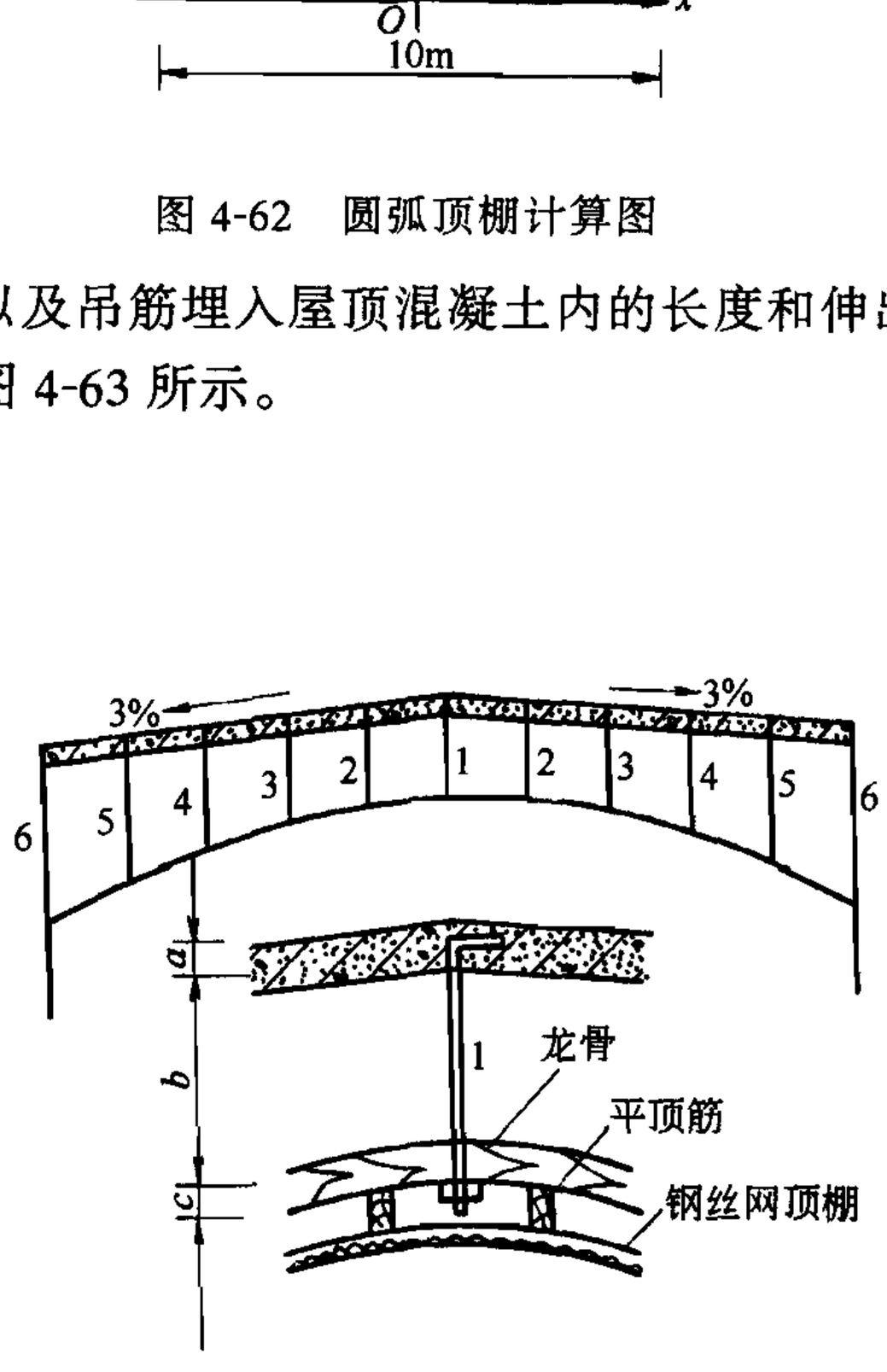


图 4-63　圆弧形顶棚吊筋

a—吊筋埋入屋顶内的长度 5cm；*b*—屋面板底至木龙骨底距离 30cm；*c*—吊筋伸出木龙骨长度 3cm

坐标计算　本例用两种方法计算。

方法一：

即以半径 86500mm 为直角三角形斜边的坐标计算法。

(1) 如图 4-67 (*a*) 所示，圆弧形平面的每一轴线点都可以组成以半径 86500mm 为斜边的直角三角形 $1a_1O$、$2a_2O$、$3a_3O$……。

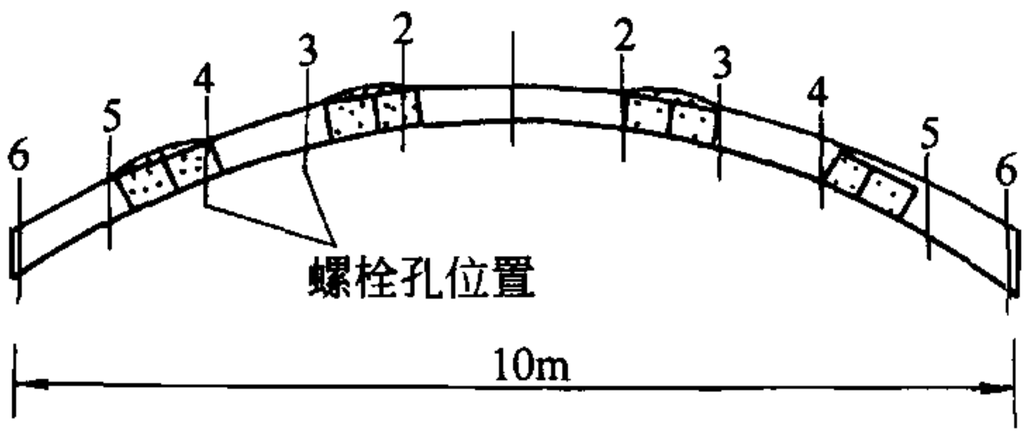


图 4-64　圆弧形木龙骨制作示意

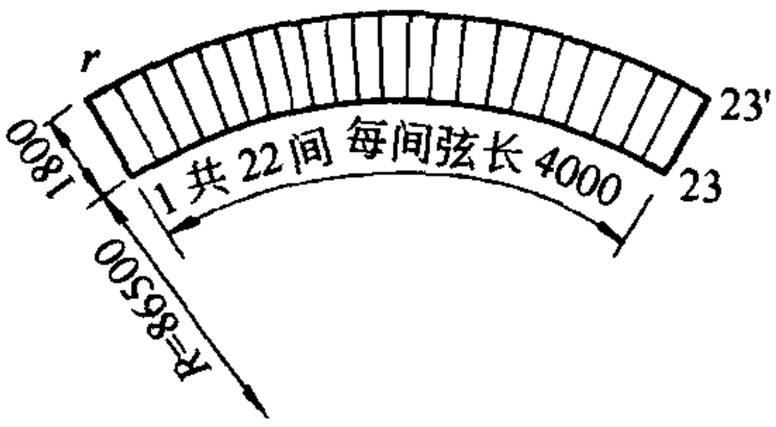


图 4-66　某商店平面图

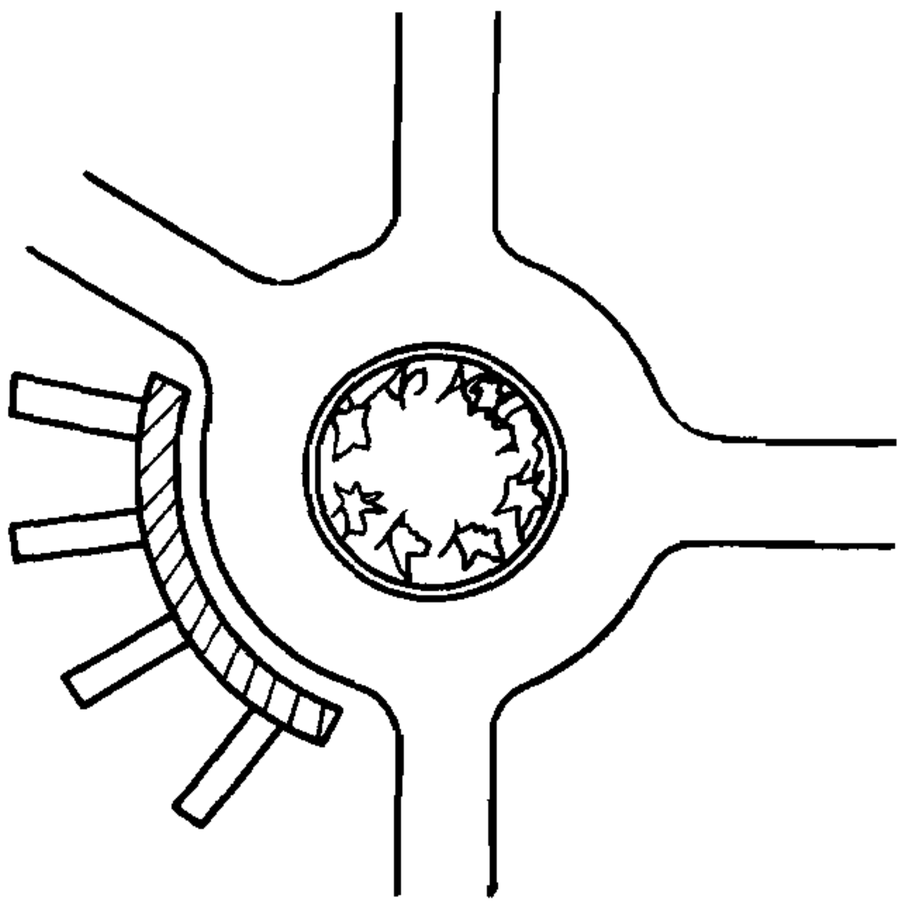


图 4-65　某商店总平面图

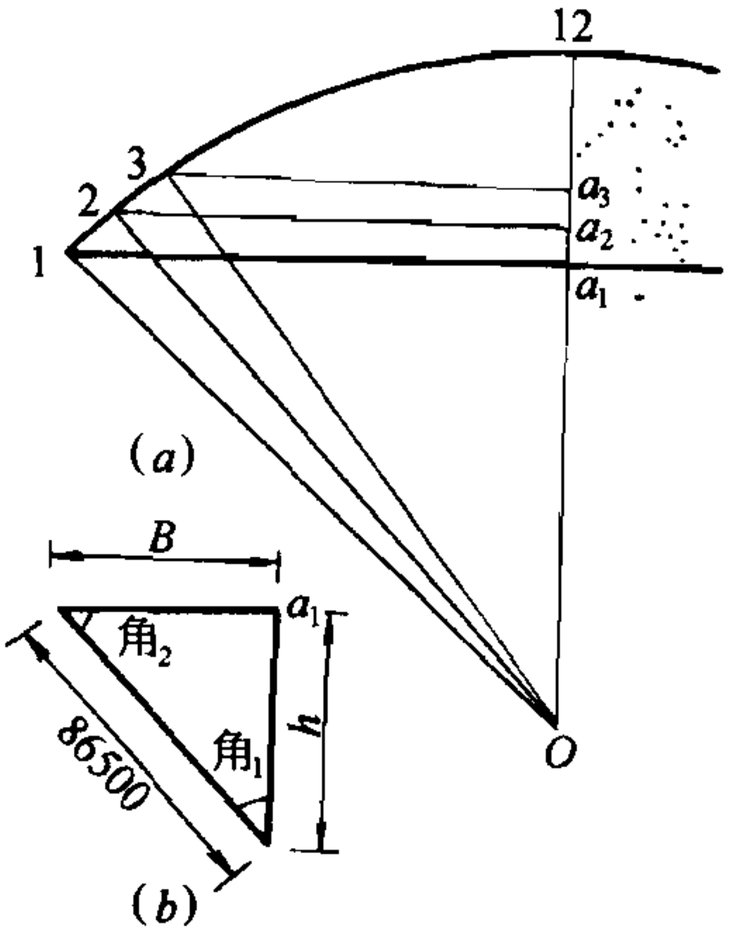


图 4-67　坐标计算方法一

(2) 如图 4-67 (*b*) 所示，分别计算每个直角三角形的角$_1$ 值和角$_2$ 值，可得

$$B = 01 \times \sin 角_1 = 86500 \times \sin 角_1$$

$$h = 01 \times \cos 角_1 = 86500 \times \cos 角_1$$

$$或\ h = 86500 \times \sin 角_2$$

(3) 计算角$_1$ 值和角$_2$ 值。如图 4-68 所示，先求每间弦长 4000mm 所对之圆心角 α：

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{2000}{86500} = 0.02312$$

$$\frac{\alpha}{2} = 1°19'30''$$

$$\alpha = 2°39'$$

(4) 在直角三角形 $1a_1O$ 中，角$_1$ 值即为 11 间所对之圆心角，即

$$角_1 = 2°39' \times 11 = 29°09'$$

$$角_2 = 90° - 29°09' = 60°51'$$

所以

$$B_1 = 86500 \times \sin 29°09' = 42134mm$$

$$h_1 = 86500 \times \cos 29°09' = 75540mm$$

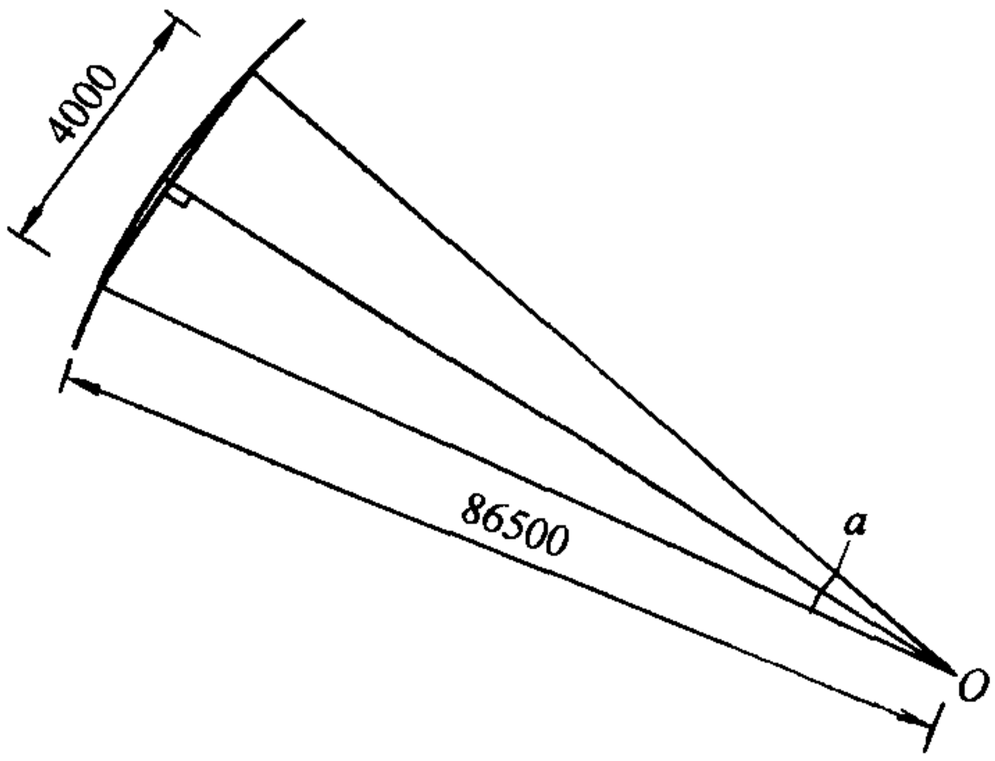


图 4-68 求每间弦长所对应的圆心角 α

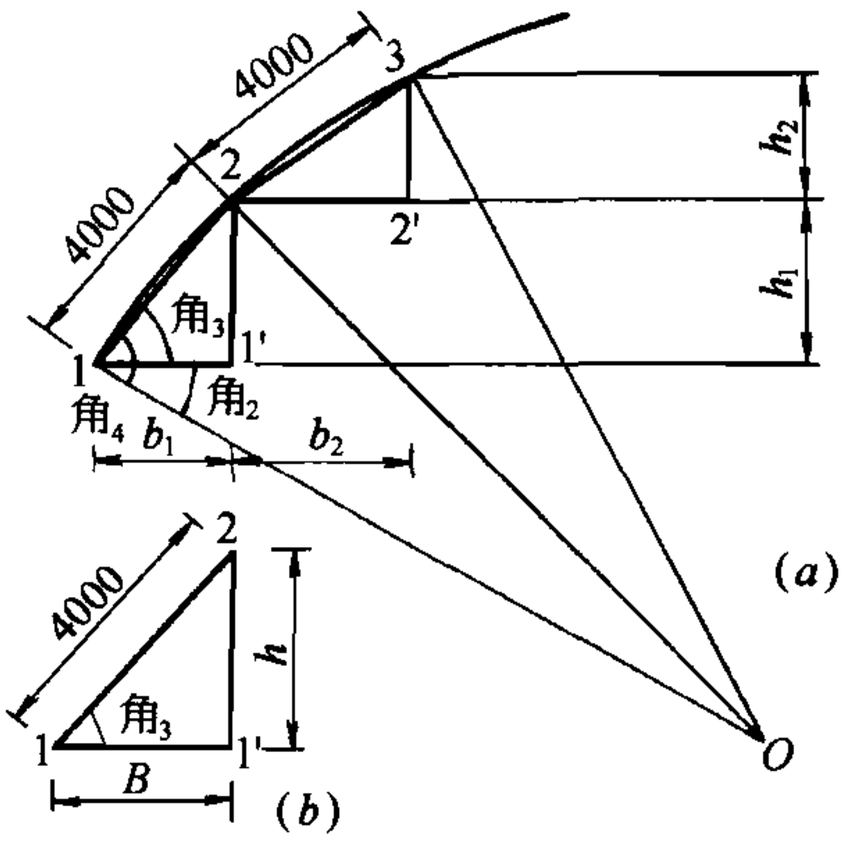


图 4-69 坐标计算方法二

(5) 将各点计算所得的数值列于表 4-29。

前圆弧各点坐标值计算表 **表 4-29**

点	角1	sin 角1	cos 角1	B 值	h 值	角2
	①	②	③	④ = 86500 × ②	⑤ = 86500 × ③	⑥
1	29°09′	0.4871	0.8733	42134	75540	60°51′
2	26°30′	0.4462	0.8949	38596	77409	63°30′
3	23°51′	0.4043	0.9147	31972	79122	66°09′
4	21°12′	0.3616	0.9323	31278	80644	68°48′
5	18°33′	0.3181	0.9481	27516	82011	71°27′
6	15°54′	0.2740	0.9617	23701	83187	74°06′
7	13°15′	0.2293	0.9734	19835	84199	76°45′
8	10°36′	0.1840	0.9829	15916	85021	79°24′
9	7°57′	0.1383	0.9904	11963	85670	82°42′
10	5°18′	0.0924	0.9957	7992	86128	84°42′
11	2°39′	0.0463	0.9990	4004	86414	87°21′

方法二：

即以每间弦长 4000mm 为直角三角形的斜边的坐标计算法。

(1) 如图 4-69 (a) 所示，以每间弦长 4000 为三角形斜边，又可组成直角三角形 11′2、22′3、……。

(2) $\angle 210 = \angle 320 = \angle 430 = \cdots\cdots =$ 角$_4$ = 定值 $= 90° - \frac{\alpha}{2} = 90° - 1°19′30″ = 88°40′30″$

(3) 如图 4-69 (b) 所示，每一直角三角形中的 B、h 值为

$$B = 4000 \times \cos 角_3$$

$$h = 4000 \times \sin 角_3$$

(4) 每一点的角$_2$ 值已在表 4-29 中列出，角$_4$ 为定值，所以每一点的角$_3$ 值均可算出，例如1点的角$_2$ 值为 60°51′，所以

$$角_3 = 角_4 - 角_2 = 88°40′30″ - 60°51′ = 27°49′30″$$

(5) 将各点计算所得的数值列于表 4-30 中。

对比表 4-29 和表 4-30 中的 B、h 值，

弦长 B 值：表 4-29 中 1 点的值 $B = 42134\text{mm}$

$$\text{表 4-30 中的累计值}\frac{B = 42132\text{mm}}{\text{相差 } 2\text{mm}}$$

中间 h 值：表 4-29 中 1 点的 h 值

$$h = 86500 - 75540 = 10960\text{mm}$$

$$\text{表 4-30 中的累计值}\quad \frac{h = 10954\text{mm}}{\text{相差 } 6\text{mm}}$$

说明两种计算方法，精确度都能满足要求，误差极小。

前圆弧各点坐标值计算表　　**表 4-30**

点	弦段	角$_4$	角$_2$	角$_3$	sin 角$_3$	cos 角$_3$	h 值	h 累计值	B 值	B 累计值
		①	②	③ = ① − ②	④	⑤	⑥ = 4000 × ④	⑦	⑧ = 4000 × ⑤	⑨
1	1—2	88°40′	60°51′	27°49′	0.4667	0.8845	1867	1867	3538	3538
2	2—3	88°41′	63°30′	25°11′	0.4255	0.9049	1702	3569	3620	7158
3	3—4	88°40′	66°09′	22°31′	0.3830	0.9238	1532	5101	3695	10853
4	4—5	88°41′	68°48′	19°53′	0.3401	0.9404	1360	6461	3762	14615
5	5—6	88°40′	71°27′	17°13′	0.2960	0.9552	1184	7645	3821	18436
6	6—7	88°41′	74°06′	14°35′	0.2518	0.9678	1007	8652	3871	22307
7	7—8	88°40′	76°45′	11°55′	0.2065	0.9784	826	9478	3914	26221
8	8—9	88°41′	79°24′	9°17′	0.1612	0.9869	645	10123	3948	30169
9	9—10	88°40′	82°03′	6°37′	0.1152	0.9934	461	10584	3974	34143
10	10—11	88°41′	84°42′	3°59′	0.0095	0.9976	278	10862	3990	38133
11	11—12	88°40′	87°21′	1°19′	0.0230	0.9997	92	10954	3999	42132

注：角$_4$、角$_2$、角$_3$ 值的精确度均用至分。

(6) 用同样的方法，可以计算出后墙圆弧各点的坐标值（这里从略）。

(7) 现决定采用第二种计算方法所得的数值，为便于现场放线工作起见，我们将表 4-30中各点的 B、h 累计值列于表4-31中。后墙圆弧计算所得的各点 B、h 累计值列于表 4-32中。

放线步骤：

(1) 根据建筑物的建设规划位置（由总平面设计图可知），定出圆弧弦的两端点 1 和 23，两点的距离为 $42132 \times 2 = 84264$（mm），丈量应精确，并拉好直线。

(2) 以 1 点为起点（即原点），按表 8-8 中的 B 值，向右分别量取 3538、7158、10853……各值，并由此各点向上作垂线（用经纬仪或方角尺均可），再按表中的 h 值，分别量取 1867、3569、5101……各值，即可定出 2、3、4……12 各轴线中心点位置。根据对称性质特点，可定出 13、14……22 各点。

(3) 用同样方法，按表 8-9 中的各 B、h 值，可定出 1′、2′、3′、……23′各点。

前圆弧各点放线坐标值（以 1 点为原点）　　**表 4-31**

点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	0	3538	7158	10853	14615	18436	22307	26221	30169	34143	38133	42132
h	0	1867	3569	5101	6461	7645	8652	9478	10123	10584	10862	10954

后圆弧各点放线坐标值（以 1′点为原点） **表 4-32**

点	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′	10′	11′	12′
B	0	4020	8134	12334	16607	20949	25318	20795	34281	38796	43331	47875
h	0	2121	4055	5796	7342	8688	9833	10772	11505	12029	12345	12450

各轴线中心点放线简图如图 4-70 所示。

(4) 各轴线中心点定出后，可按正常的施工放线方法钉上龙门板、龙门桩。在圆弧的弦线方向宜钉上控制性龙门板（桩），如图 4-71 所示，注明轴线点编号和 B、h 值，以便施工中进行复核检查之用。

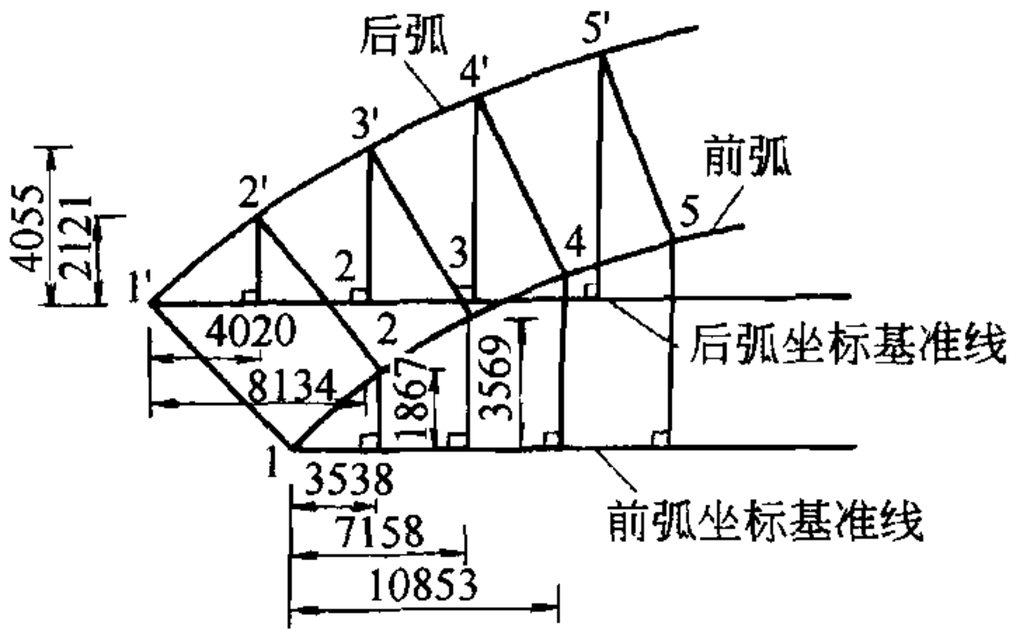


图 4-70 放线简图

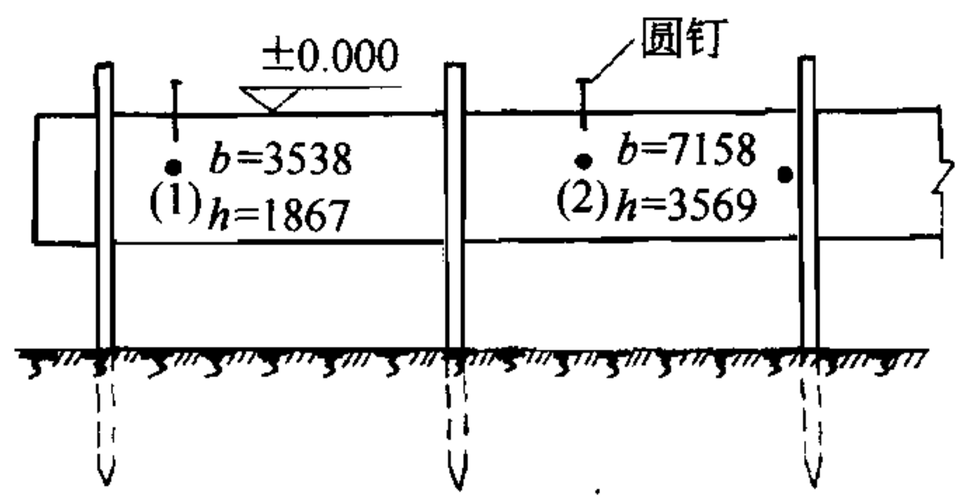


图 4-71 控制性龙门板（桩）示意图

(5) 本工程前后墙在轴线间都是直线弦段，放线较为简便。如为圆弧段时，可按［例 10］做法进行施工放线。

同样是圆弧形平面的建筑，由于设计图纸、施工地点和施工环境的不同，其坐标计算方法和现场施工放线方法也略有差异。

【例 15】 图 4-72 所示为某一市区临街建筑平面设计图示，内弧长 55m，中间每间弧长 4m，两边每间弧长 1.5m。图 4-73 为总平面位置简图。它与［例 14］平面的不同之点在于：

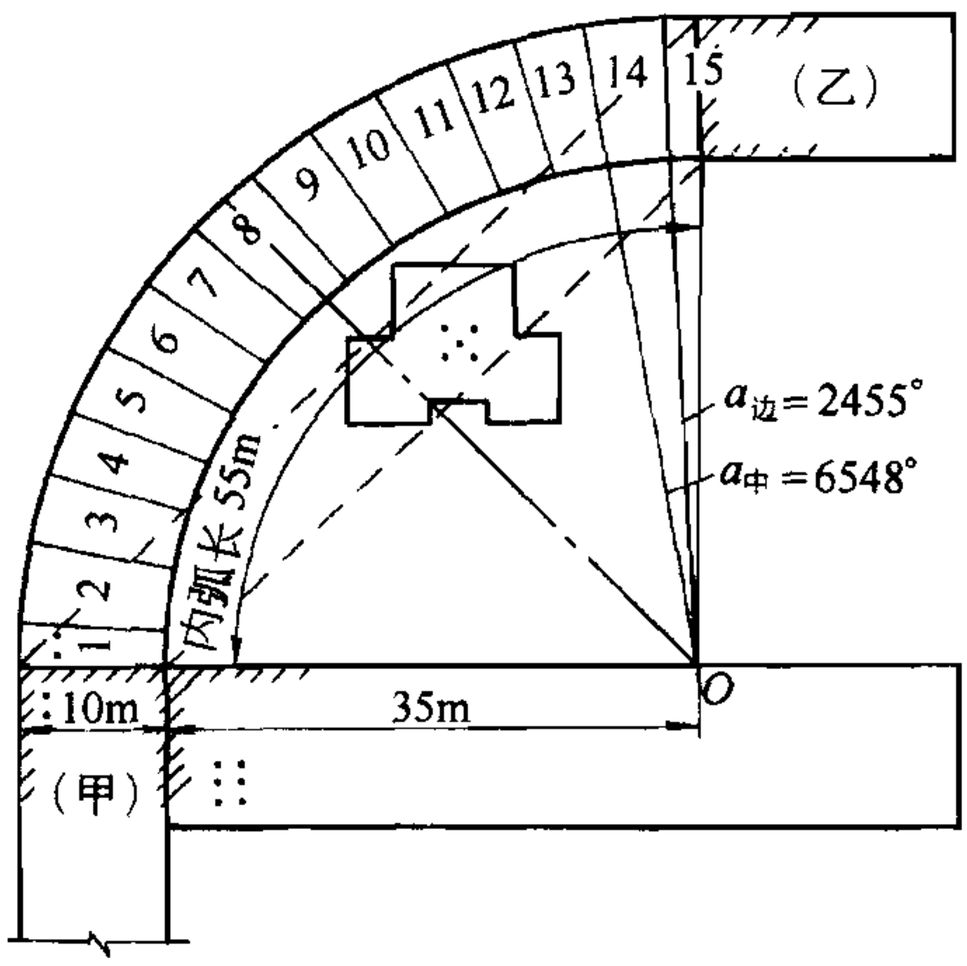


图 4-72 临街建筑平面图示

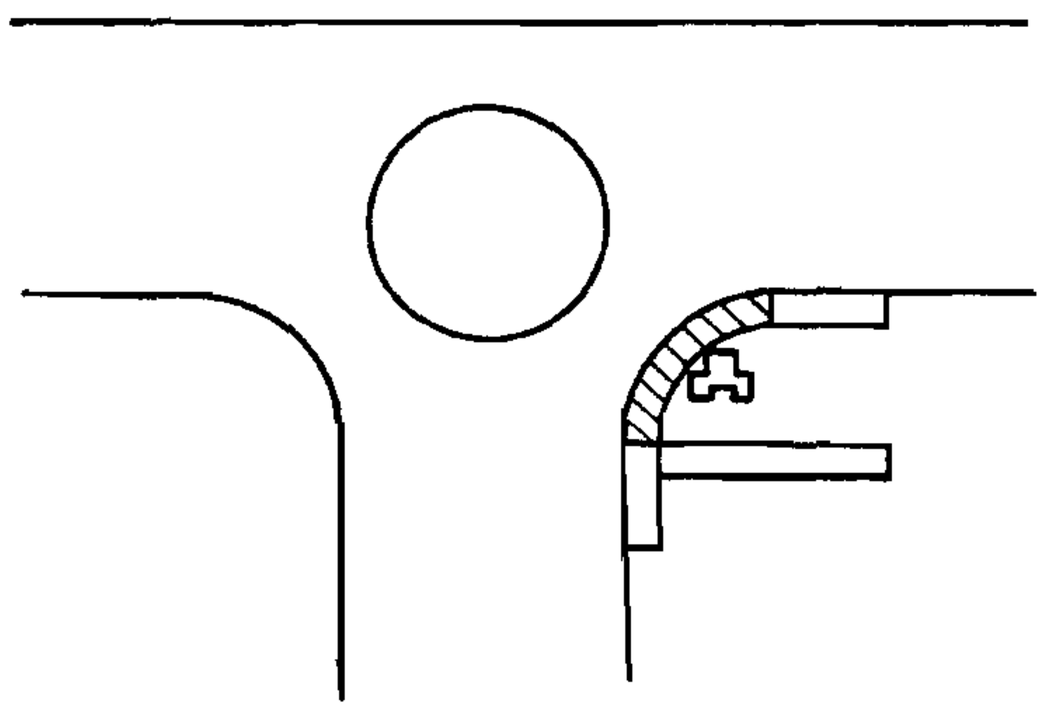


图 4-73 总平面位置简图

(1) 圆弧形平面的前、后墙均为圆弧形状，而不是直线形状，提供的轴线间尺寸是圆弧的长度。

(2) 内、外圆弧之弦均被中间五层的点式住宅楼所割断，给施工放线带来了困难。

(3) 中间总间数为奇数，两边有“零头”间。

坐标计算：

先计算下列有关数值：

(1) 内圆弧长度

$$35000 \times 2 \times \pi \div 4 = 54978 \approx 55000\text{mm}$$

中间每间弧长 4000mm，边间每间弧长 1500mm

$$13 \times 4000 + 2 \times 1500 = 55000\text{mm}$$

(2) 外圆弧长度

$$45000 \times 2 \times \pi \div 4 = 70686 \approx 70700\text{mm}$$

(3) 每间所对之圆心角 α

如图 4-74 所示，

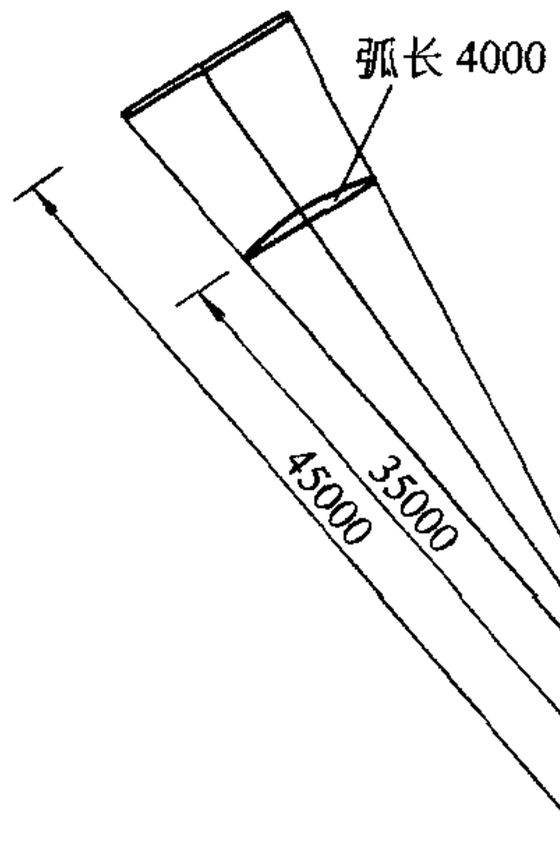


图 4-74　每间所对应的圆心角 α 计算图

因为　　$\dfrac{4000}{\text{圆周长}} = \dfrac{\alpha_{中}}{360^\circ}$

所以　$\alpha_{中} = 4000 \times 360^\circ \div \text{圆周长}$

$= 4000 \times 360^\circ \div 54978 \times 4$

$= 6.548^\circ$(十进位制)

$= 6^\circ 32' 53''$

$$\alpha_{边} = 6.548^\circ \times \frac{1500}{4000} = 2.4555^\circ$$

$= 2^\circ 27' 20''$

$$\frac{\alpha_{中}}{2} = \frac{6^\circ 32' 53''}{2} = 3^\circ 16' 26'' \quad \sin\frac{\alpha_{中}}{2} = 0.0571$$

$$\frac{\alpha_{边}}{2} = \frac{2^\circ 27' 20''}{2} = 1^\circ 13' 40'' \quad \sin\frac{\alpha_{边}}{2} = 0.0214$$

(4) 内弧每间弦长

$$\frac{1}{2}\text{弦长} \div 35000 = \sin\frac{\alpha_{中}}{2} = 0.0571$$

所以　弦长 $= 0.0571 \times 35000 \times 2 = 3997$mm

边间弦长 $= 0.0214 \times 35000 \times 2 = 1498$mm

(5) 外弧每间弦长

$$\frac{1}{2}\text{弦长} \div 45000 = \sin\frac{\alpha_{中}}{2} = 0.0571$$

所以　弦长 $= 0.0571 \times 45000 \times 2 = 5139$mm

边间弦长 $= 0.0214 \times 45000 \times 2 = 1926$mm

上述数值获得后，就可进行各轴线点的坐标计算。计算方法可参阅［例 14］的两种方法，计算简图如图 4-75 所示。

施工放线：

（1）确定放线基准线。如图 4-76 所示，由于内、外圆弧的两弦均被里面一幢五层住宅楼所分割，所以不能像［例 14］那样直接以两弦为放线基准线来确定内、外圆弧上各轴线中心点的位置。但是，我们可以平行移动一个距离，人为地选定一根放线基准线，各轴线中心点的坐标值（主要是 h 的值）分别加上（或减去）一个定值后，即可求得实际施工放线的 h 值。例如现选定内圆弧的顶点为放线基准线，如图 4-77 所示。

$$a_1O = a_11 = 35000 \times \sin45^\circ = 24749\text{mm}$$

$$a_2O = a_21' = 45000 \times \sin45^\circ = 31820\text{mm}$$

因为 $a_3O = 35000\text{mm}$

所以　$a_1a_3 = 35000 - 24749 = 10251\text{mm}$

$a_2a_3 = 35000 - 31820 = 3180\text{mm}$

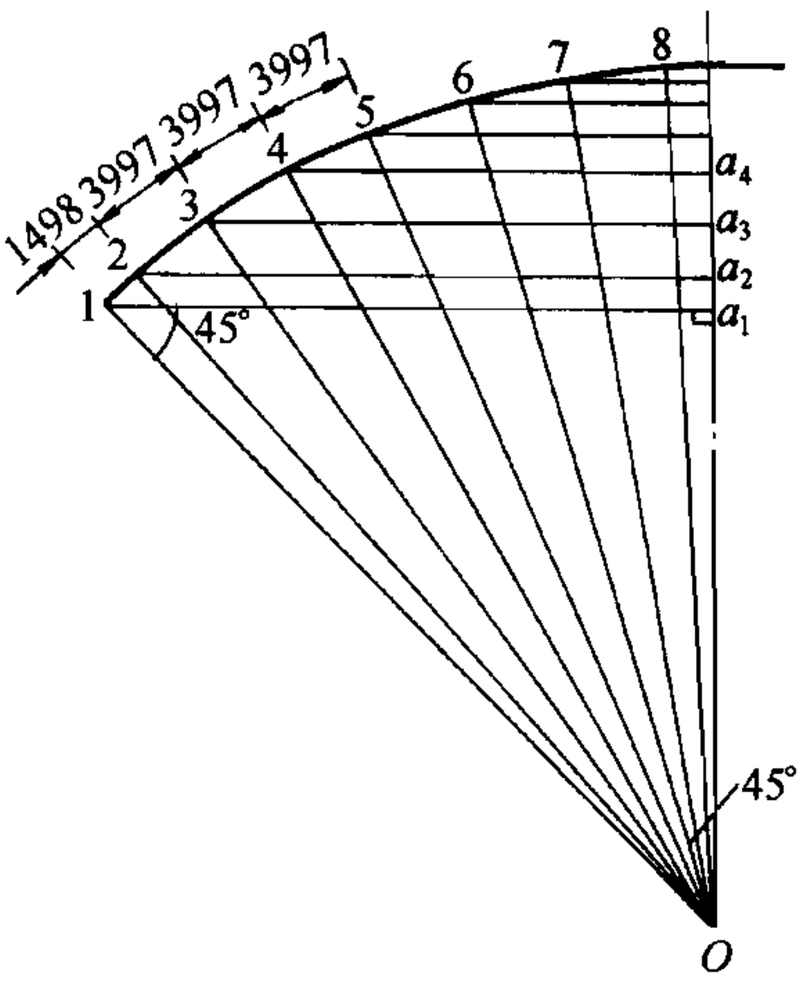


图 4-75　计算简图

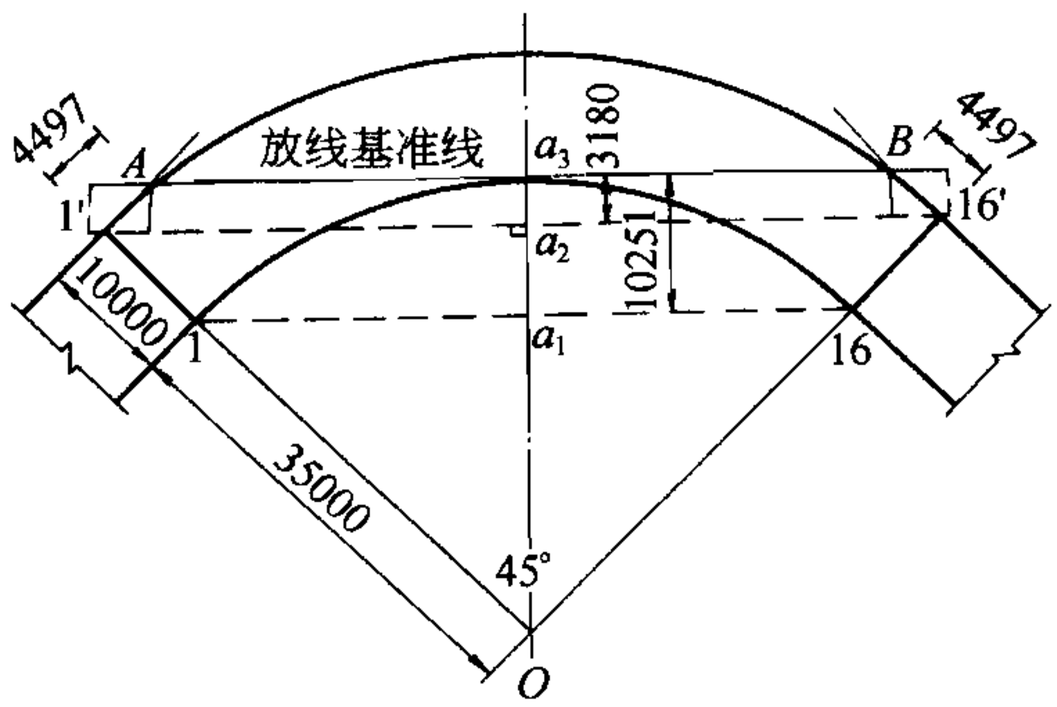


图 4-76　确定放线基准线

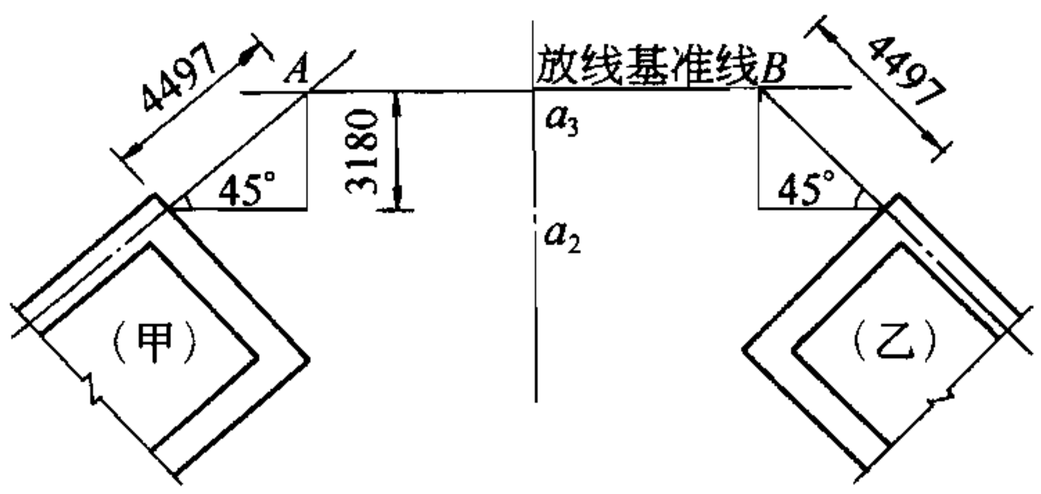


图 4-77　放线基准线定位

即表示放线基准线比内圆弧弦向外平移了 10251mm，比外圆弧弦向外平移了 3180mm。

（2）定出放线基准线。沿甲、乙两楼的前沿墙边各画一条直线，在直线上各截取一点，使其长度等于 4497mm（$3180 \div \sin45^\circ = 4497$，如各轴线中心点为墙中，则应往里缩进二分之一墙厚），如图 4-77 中的 A、B 两点，经 AB 拉一直线，即为所求作的放线基准线。量其中点，即为 a_3 点。

（3）确定内、外圆弧各轴线中心点。以 a_3 为中点，向两边分别量取 24749mm，得内圆弧弦长，然后从两头分别量取各点的 B 值，而 h，则为（$10251 - h$），其作图方法与［例 12］相同，即用圆弧切线矢高值的方法求得。

至于外圆弧的各轴线中心点的 h 值，则为 $h - 3180$，其方法同［例 14］。

（4）本工程前后墙均为圆弧形，如图 4-78 所示。为便于放线，应精确计算出一间的尺寸后，可用木板做好一块标准圆弧形样板，然后可逐间进行放线。

图 4-79 所示为标准圆弧形样板示意图，可一板多用，可在上面分别标志出基础挖土线、钢筋混凝土基础边线和地梁边线等，并在上面适当留置孔隙，以适应多次放线的需要。

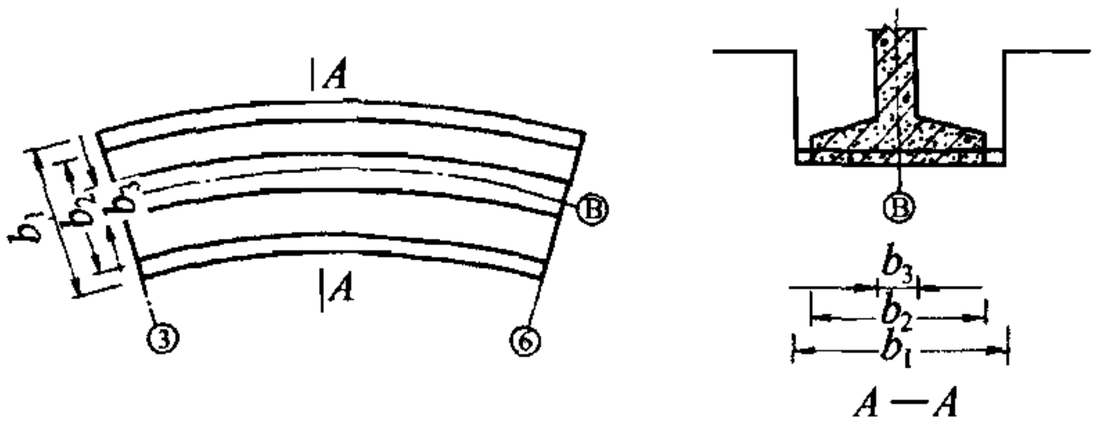


图 4-78　轴线间为弧形设计

b_1—挖土及垫层尺寸线；b_2—钢筋混凝土底宽线；b_3—地梁尺寸线

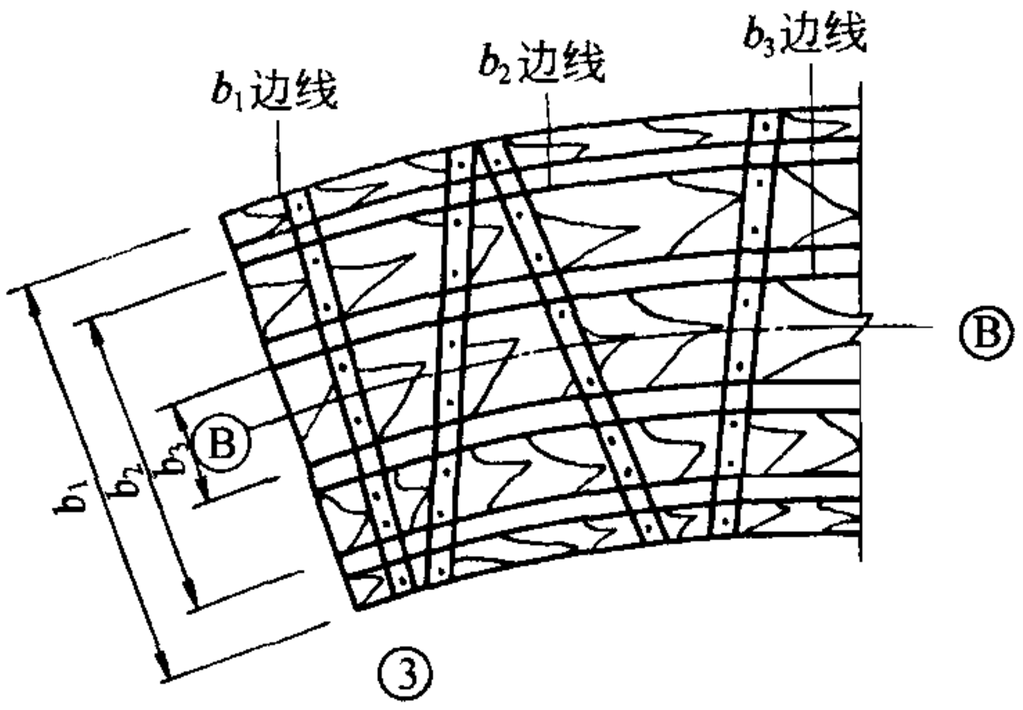


图 4-79　标准间圆弧墙板示意图

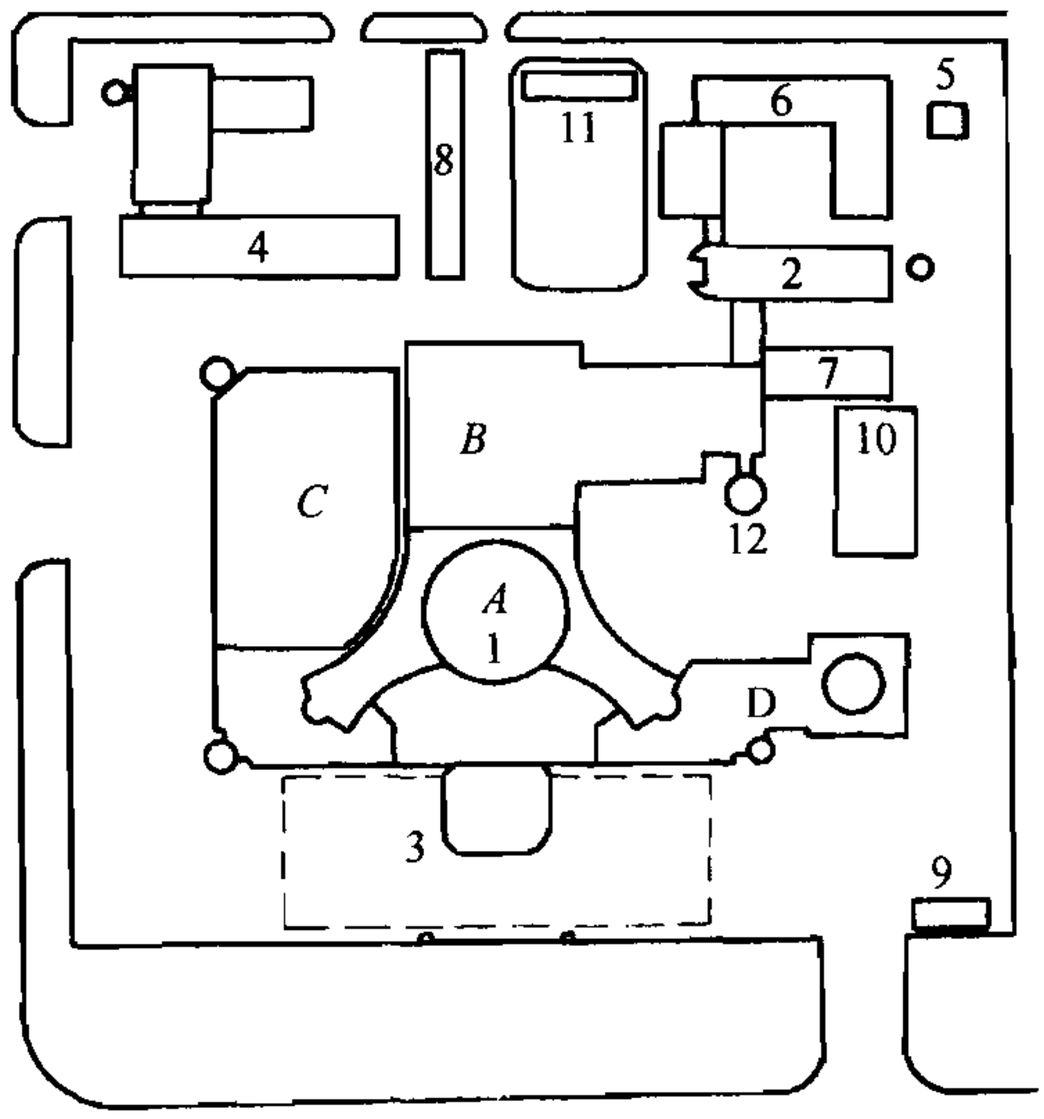


图 4-80　北京国际饭店总平面图

1—主楼及裙房；2—饭店办公及单身宿舍；3—地下车库；4—国家旅游局办公楼；5—煤气调压站；6—锅炉房及内部车库；7—变压器房；8—自行车棚；9—传达、接待、保卫；10—网球场及地下地滚球场；11—花房；12—庭园

【例 16】　北京国际饭店主楼工程施工放线实例

（1）工程概况：

北京国际饭店是一座现代化的大型高档旅游宾馆，总建筑面积为 126000m^2，由主楼、裙房及附属工程三部分组成。主楼称 *A* 区，裙房分为 *B* 区、*C* 区、*D* 区（图 4-80）。

主楼 *A* 区的建筑面积为 72000m^2，共 34 层（包括三层地下室和两个设备层）。建筑物总高为 104.4m。

主楼平面呈现蝶形，除北立面为凹形，其余东、南、西三个立面均为由若干折线组成的大弧面，内外墙体有直线、折线和曲线三种。

主楼标准层平面见图 4-81 所示。

（2）放线前的准备：

平面形状复杂的建筑物，单靠设计图纸提供的尺寸和角度是不能满足施工放线需要的。因此，放线前必须将设计图上的尺寸和角度进行有关计算，换算出施工放线所需要的数据，并绘制成图。

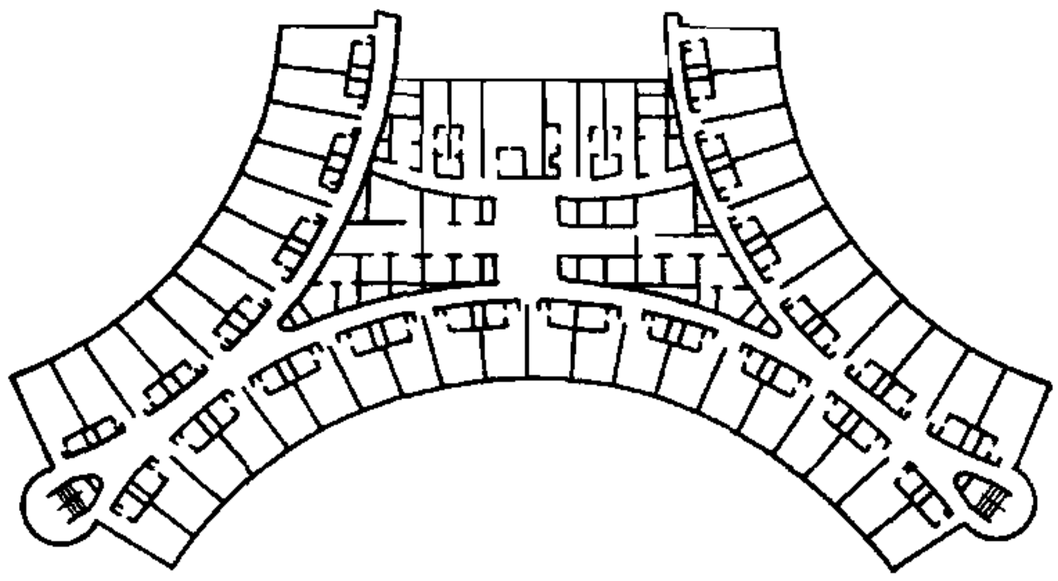


图 4-81　标准层平面

在较复杂平面的施工放线中，关键是要确定几条基本直线，作为施工放线的控制线，由其控制线导出其他各线、点的位置，并依靠控制线确保整个施工放线的精确度。

本工程以 O_1O_4、O_2O_3 两条十字线和 a_1a_2、$a_1a'_2$ 两条斜交线作为基本线（图 4-82），每次放线均由 O_1O_4、O_2O_3 开始，先导出 a_1a_2、$a_1a'_2$，然后再由这四条基本控制线逐步放出其他各线、点的位置。

（3）数据计算：

设计图纸已给出如下数据（图 4-82）：

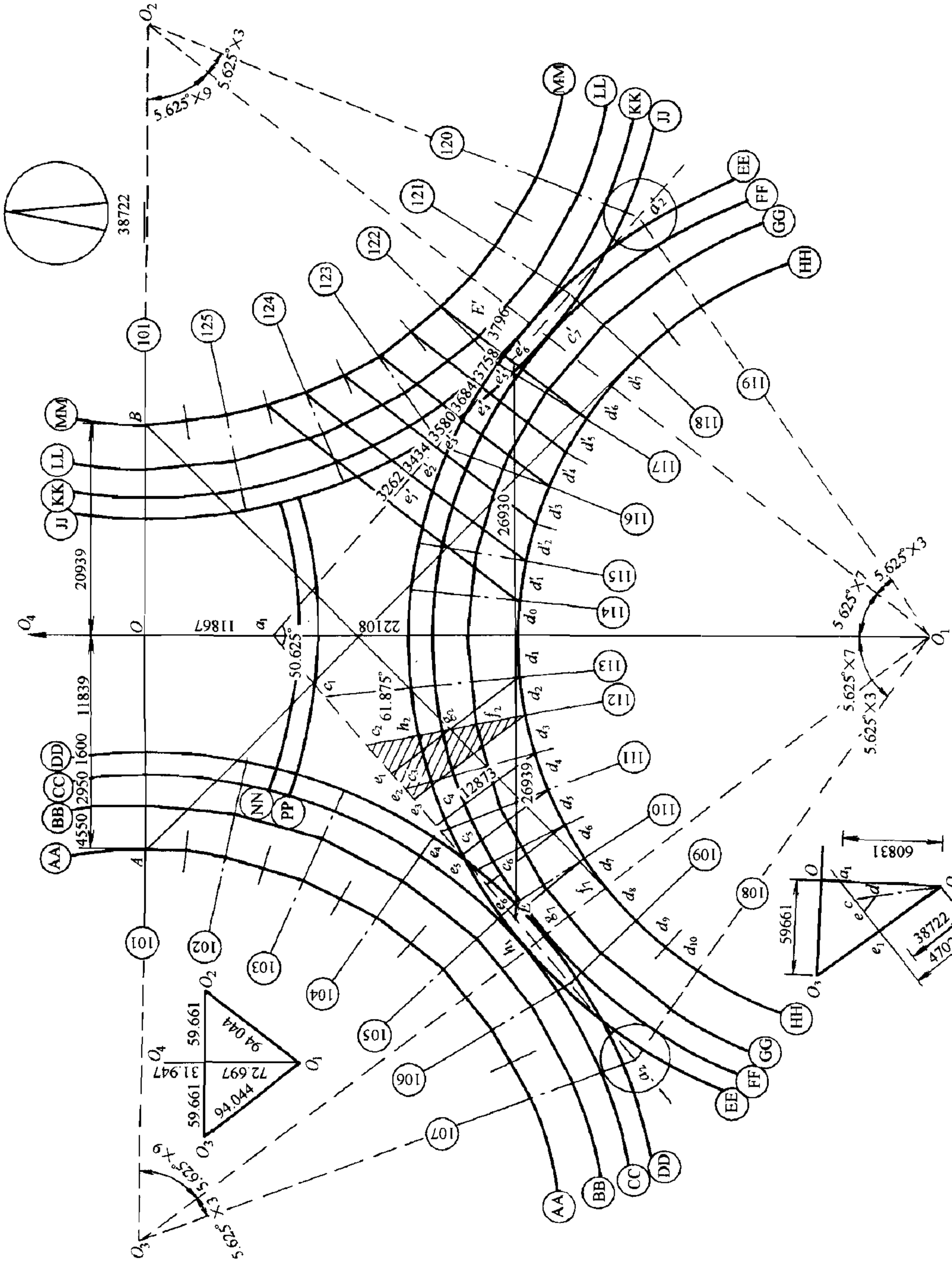


图 4-82 放线施工图（图中数据下画直线的为设计给出的尺寸）

$$O_1O = 72.697\text{m}$$

$$OO_4 = 31.947\text{m}$$

$$O_3O = OO_2 = 59.661\text{m}$$

$$O_1O_3 = O_1O_2 = 94.044\text{m}$$

东、南、西三面弧面半径 $R = 38.722\text{m}$

房间进深的三段尺寸为 4.55m、2.95m、1.60m

每间所对圆心角 $\alpha = 5.625°$(十进位制)

1）确定 a_1 点和 a_1a_2、$a_1a'_2$ 两斜线位置。

在直角三角形 $c_7O_1a_1$ 中

$$c_7O_1 = \frac{1}{2}O_1O_3 = \frac{1}{2} \times 94.044 = 47.022\text{m}$$

$$\angle c_7O_1a_1 = 5.625° \times 7 = 39.375°$$

$$\angle c_7a_1O_1 = 90° - 39.375° = 50.625°$$

$$O_1a_1 = O_1c_7 \div \cos 39.375° = 60.830\text{m}$$

$$c_7a_1 = O_1c_7 \times \text{tg}39.375° = 38.591\text{m}$$

$$Oa_1 = OO_1 - O_1a_1 = 72.697 - 60.830 = 11.867\text{m}$$

根据上述数值，a_1 点位置和 a_1a_2、$a_1a'_2$ 两线即可确定。

2）确定圆弧曲面上各轴线点的位置，以 O_1O_4 左侧部分为例进行计算。

①计算圆弧各放射线 O_1c_1、O_1c_2、O_1c_3……与 c_7a_1 斜线的交点 c_1、c_2、c_3……c_6 的位置。

在直角三角形 $c_1c_7O_1$ 中

$$\angle c_7O_1c_1 = 5.625° \times 6 = 33.75°$$

所以

$$c_1c_7 = O_1c_7 \times \text{tg}\angle c_7O_1c_1 = 47.022 \times \text{tg}(5.625° \times 6) = 31.420(\text{m})$$

同理可求得

$$c_2c_7 = 47.022 \times \text{tg}(5.625° \times 5) = 25.133(\text{m})$$

$$c_3c_7 = 47.022 \times \text{tg}(5.625° \times 4) = 19.477(\text{m})$$

$$c_4c_7 = 47.022 \times \text{tg}(5.625° \times 3) = 14.262(\text{m})$$

$$c_5c_7 = 47.022 \times \text{tg}(5.625° \times 2) = 9.353(\text{m})$$

$$c_6c_7 = 47.022 \times \text{tg}5.625° = 4.632(\text{m})$$

②计算各弧面轴线点 d_1、d_2、d_3……与 c_7a_1 斜线间的距离和垂足 e_1、e_2、e_3……e_6 的位置。

以 d_2 点为例，在直角三角形 $c_2e_2d_2$ 中（图 4-82 中的阴影部分）

$$\angle e_2d_2c_2 = \angle c_7O_1c_2 = 5.625° \times 5 = 28.125°$$

$$O_1c_2 = O_1c_7 \div \cos 28.125° = 53.319\text{m}$$

因为

$$O_1d_2 = R = 38.722\text{m}$$

所以

$$c_2d_2 = 53.319 - 38.722 = 14.597\text{m}$$

$$e_2d_2 = c_2d_2 \times \cos 28.125^\circ = 12.873\text{m}$$

$$e_2c_2 = e_2d_2 \times \text{tg}28.125^\circ = 6.881\text{m}$$

$$c_7e_2 = c_2c_7 - e_2c_2 = 25.133 - 6.881 = 18.252\text{m}$$

至此，根据 c_7e_2 距离，可确定 e_2 点，根据 e_2d_2 距离，可确定 d_2 点。

为了清晰明了起见，将各点计算结果列于表 4-33 中。表中第⑦项数值即为 d_1、d_2、d_3……各点到斜线 a_1c_7 间的距离，第⑨项数值为垂足 e_1、e_2、e_3……到 c_7 点的距离。

内圆弧各轴线点位置计算表 **表 4-33**

点	角$_1$	tg 角$_1$	c_7-c 值	cos 角$_1$	O_1-c 值	$c-d$ 值	$e-d$ 值	$c-e$ 值	c_7-e 值	角$_2$
	①	②	③=②×47.022	④	⑤=47.022÷④	⑥=⑤−38.722	⑦=⑥×④	⑧=⑦×②	⑨=③−⑧	⑩
d'_2	50.625°	1.2185	57.296	0.6344	74.120	35.398	22.457	27.364	29.932	39.375°
d'_1	45.000°	1.0000	47.022	0.7071	66.500	27.778	19.642	19.642	27.380	45.000°
d_0	39.375°	0.8207	38.591	0.7730	60.831	22.109	17.090	14.026	24.565	50.625°
d_1	33.75°	0.6682	31.420	0.8315	56.551	17.829	14.825	9.906	21.514	56.25°
d_2	28.125°	0.5345	25.133	0.8819	53.319	14.597	12.873	6.881	18.252	61.875°
d_3	22.5°	0.4142	19.477	0.9239	50.895	12.173	11.247	4.659	14.818	67.5°
d_4	16.875°	0.3033	14.262	0.9569	49.140	10.418	9.969	3.024	11.238	73.125°
d_5	11.25°	0.1989	9.353	0.9808	47.942	9.220	9.043	1.799	7.554	78.75°
d_6	5.625°	0.0985	4.632	0.9952	47.249	8.527	8.486	0.836	3.796	84.375°

注：1. 角$_1$ 为经过各点（d_1、d_2……）的相应圆心角，角$_2$ 为相应的$\angle c_7cO$ 角，角$_1$、角$_2$ 值均为十进位制数。

2. 47.022 为 O_1c_7 值，38.722 为内圆弧半径值。

3. 表头中字母 c、d、e 均表示系列数值。如 c 表示 c_1、c_2、c_3……d 表示 d_1、d_2、d_3……。

4. d_8、d_9、d_{10}三点计算数值同 d_6、d_5、d_4 三点数值，d'_1、d'_2 两点数值用于两边圆弧上（$\underline{101}$）——（$\overline{\underline{102}}$）轴线间放线用。

5. O_1O_4 基本线以右部分，放线数值同上对称。

3）各房间内、中、外圆弧的弦长。

各房间的三段进深尺寸设计图纸已给出，分别为 4.55m、2.95m 和 1.60m。所以内、中、外圆弧的半径 R，分别为

$$R_{内} = 38.722\text{m}$$

$$R_{中1} = 38.722 + 4.550 = 43.272\text{m}$$

$$R_{中2} = 43.272 + 2.950 = 46.222\text{m}$$

$$R_{外} = 46.222 + 1.600 = 47.822\text{m}$$

因为每间所对圆心角为 5.625°，所以每间各段弦长分别为

$$\text{弦}_{内} = O_1d_0 \times \sin(5.625^\circ \div 2) \times 2$$

$$= 38.722 \times \sin 2.8125^\circ \times 2 = 3.800\text{m}$$

$$\text{弦}_{中1} = 43.272 \times \sin 2.8125^\circ \times 2 = 4.247\text{m}$$

$$\text{弦}_{中2} = 46.222 \times \sin 2.8125^\circ \times 2 = 4.536\text{m}$$

$$弦_{外} = 47.822 \times \sin 2.8125^\circ \times 2 = 4.693\text{m}$$

4）根据上述计算数据，最后绘出施工放线图，如图 4-83 所示。

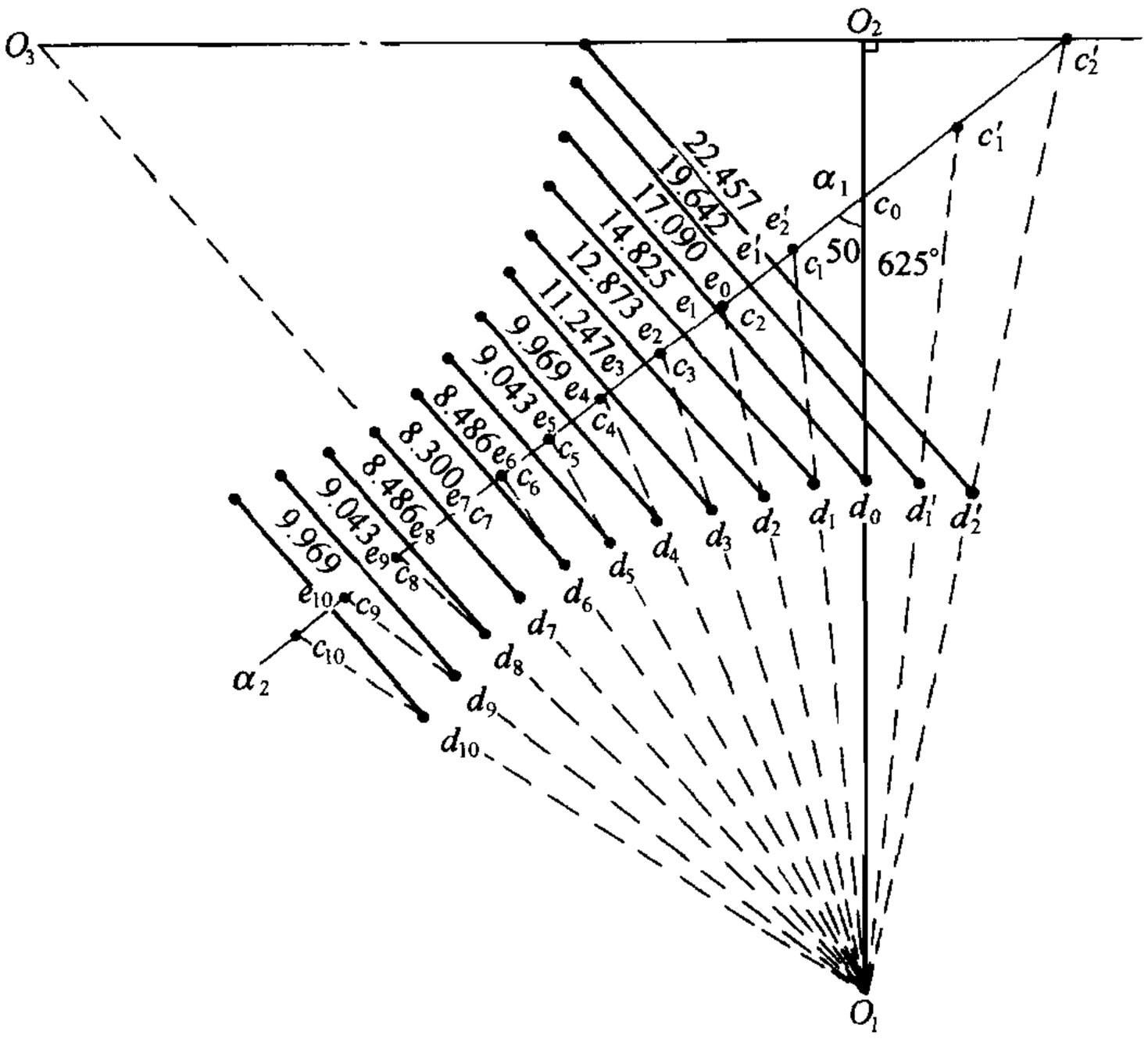


图 4-83　施工放线图

（4）放线步骤

1）根据规划部门给定的红线桩位和总平面图布置，确定 O_1、O_2、O_3 和 O_4 四个点的位置。

2）本工程主楼 A 区和裙房 B 区、C 区的基础分为两个标高（D 区在后施工），B、C 两区基础底标高为 −9.00m，主楼 A 区为 −14.80m，见图 4-84 所示。基础挖土分两次进行，第一次挖至 −9.00m，第二次挖至 −14.00m。基础施工全部采用护坡桩护坡，护坡桩距离基础墙 2m。

由于 O_2、O_3、O_4 三点均在挖土范围内，故在挖土前，须在基槽外设置 O_2、O_3、O_4 点的引桩②桩、③桩和④桩。

3）基础挖土结束后，在②桩位设经纬仪，先将望远镜对准③桩位，然后在 C 区和 B 区的槽边（即 −9.00m 标高处）定出新的引桩①桩点和⑨桩点（此两桩点距槽边约 1m）。

4）将经纬仪移至①桩位，望远镜瞄准②桩点后，在深槽两侧（即 −14.80m 标高处）定出⑤桩点和⑥桩点，两桩尽可能靠近槽边，在其间弹线，即为⑩轴线，位置见图 4-82 所示。最后倒境 180°瞄准③桩位校核。

5）在 O_1 点架设经纬仪，瞄准④桩点

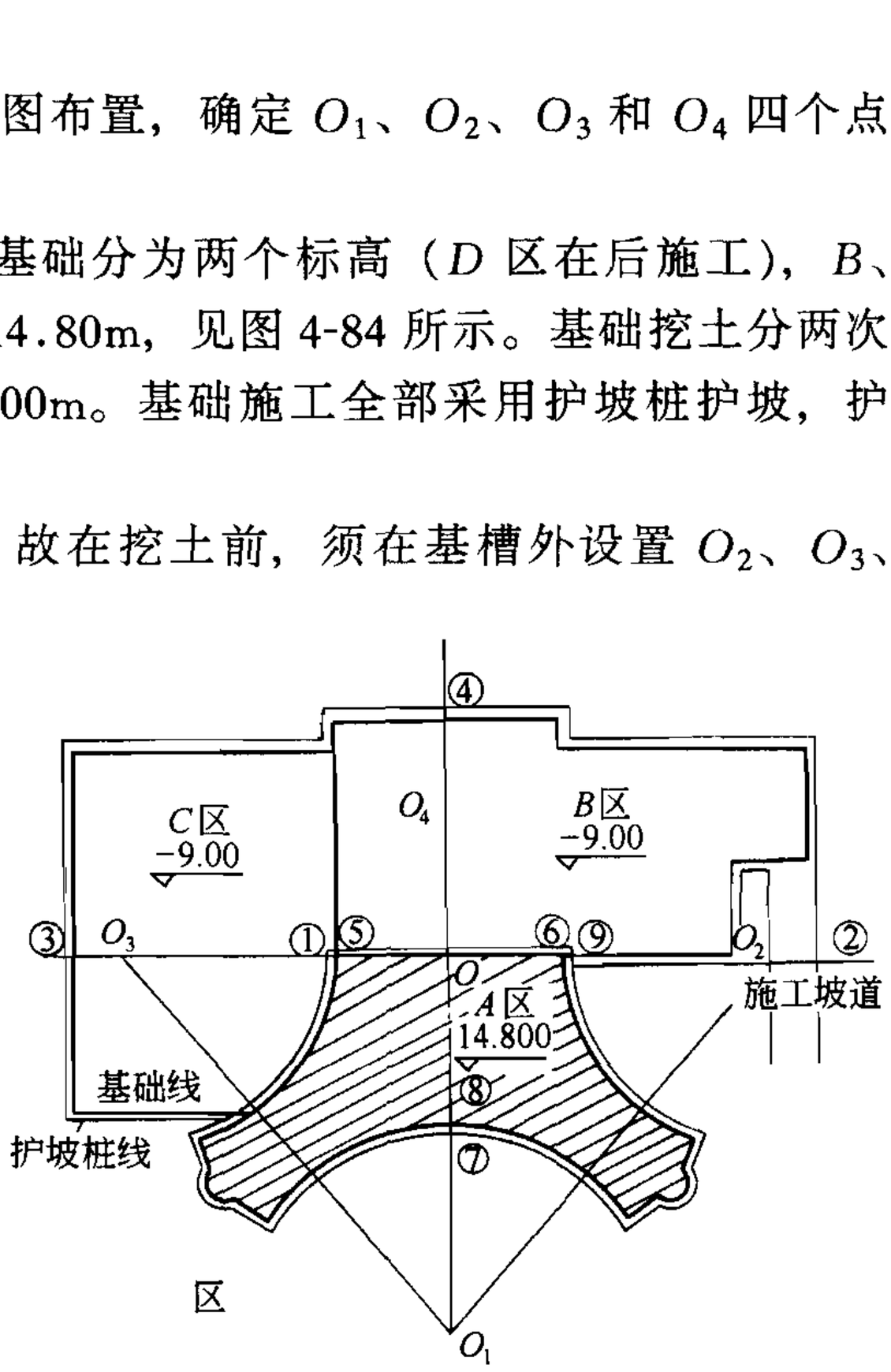


图 4-84　基础放线图

后，在南弧槽边定出⑦桩位，然后将经纬仪移至⑦桩位，再瞄准④桩点后，即可将望远镜视线移至⑩轴线上，定出 O 点，随之在南槽边（亦在 -14.00m 标高处）定出⑧桩位。在 O 点与⑧桩点间弹线，此线即为建筑物的中轴线。最后倒镜 180°瞄准 O_1 点进行校核。

6）由 O 点向南量 11.867m，定出 a_1 点。

7）将经纬仪架设于 a_1 点，望远镜对准⑧桩位后，分别向东、西转动 50.625°（即 50°37′30″），在远端找出 a_2、a'_2 点，其间弹线即为 a_1a_2 线和 $a_1a'_2$ 线。最后转镜瞄准 O 点校核。

至此，放线所需的四条基本控制线全部定出，全部校核无误后，即可进行下步整体放线工作。

8）根据图 4-83 所示和表 4-33 中的计算数值，放出圆弧形平面上的各轴线点位置。

在 a_1a_2 斜线上先量取 $a_1c_7=38.591$m，定出 c_7 点，然后 c_7 点开始，按表 4-33 中第③项数值，向 a_1 方向分别量取 4.632m、9.353m、14.262m……57.296m，得出 c_6、c_5、c_4……c'_2 各点，向 a_2 方向量取 4.632m、9.353m、14.262m，得出 c_8、c_9、c_{10}点。

按表 4-33 中第⑨项数值，从 c_7 点开始，向 a_1 方向分别量取 3.796m、7.554m、11.238m……29.932m，得出 e_6、e_5、e_4……e'_2 各点，向 a_2 方向量取 3.796m、7.554m、11.238m，得出 e_8、e_9、e_{10}点。

下面以⑫轴为例，确定 d_2、f_2、g_2、h_2 各点位置，其他各轴线方法相同。

将经纬仪架设于 e_2 点，望远镜瞄准 a_1 点后，转为 90°，按表 4-33 中第⑦项内的 d_2 对应值，在望远镜视线方向量取 12.873m，得 d_2 点。将望远镜再转动 90°，瞄准 a_2 点进行校核。

联结 c_2d_2 点，首先校核是否符合表 4-33 中第⑥项内的 d_2 点对应值 14.597m，确认无误后，弹出 c_2d_2 线，即为⑫轴线。

根据设计图纸已给各房间进深方向的三段尺寸，从 d_2 点开始向 c_2 方向量取 4.55m、2.95m、1.60m，即得 f_2、g_2、h_2 各点。

这里说明一点，⑫轴上各点的确定，也可以在 c_2 点架设经纬仪，瞄准 a_2 点后，将视线转动 61.875°（即 61°52′30″），先测出⑫轴线，然后定出 d_2、f_2、g_2、h_2 各点，并用 e_2d_2 尺寸进行校核。由于经纬仪转角不是 90°，操作不很方便，也容易产生误差，所以还是采用前面方法为宜。

9）各墙身线以轴线为准，根据墙身边线与轴线的距离，向轴线两侧放出即可。

10）该主楼工程有 8 道弧形墙身，4 种不同规格（即有 4 种圆弧半径）：

①㊋轴、㊌轴、㊍轴三道圆弧墙半径为 47.822m；

②㊎轴、㊏轴、㊐轴三道圆弧墙半径为 46.222m；

③㊑弧墙半径为 47.822m；

④㊒轴圆弧墙半径为 46.222m。

放线前，须事先制作四套模板。模板可用五合板制作，宽度 10m，每套模板做三种，轴线一种，墙身边线两种，长度按轴线间距。为施工方便，按长向作两等分，每块长度为二分之一轴线间距。

(5) 放线校核

平面形状复杂的建筑物的放线校核具有重要意义。本工程在整个放线过程中，以四条基本控制线和一般线的三角闭合法作为校核重点。此外，还作了下列校核：

1) 在中轴线的 d_0 点架设经纬仪，瞄准 a_1 点后，转动 90°，在 a_1a_2（及 $a_1a'_2$）线上找出$E(E')$点，并丈量$d_2E(d_0E')$距离，校核是否等于 $22108\times\text{tg}50.625^\circ=26939\text{mm}$。

2) 全部线放出后，测量 Ad'_7B 和 d'_7，两条大对角线的长度，校核是否与理论计算同等并会交于中轴线上。

(6) 放线注意事项

整个放线过程中，应注意以下一些问题：

1) 认真校核放线施工图（即图 4-83、图 4-84），这是一项关键性的工作，因为它是整个放线工作的依据。图纸上的每一个差错，都会反映到放线工作中来，有时图纸上的一个错误数据。会导致整个放线工作的失败。对放线施工图除进行反复核对外，还可借助比例尺校核。比例尺的精确度虽不够高，但它能很及时、很直观地发现计算错误和绘图错误。

2) 由于整个放线工作先后共需十多遍，部分点线需反复使用，所以还必须考虑后续工序对放线的干扰，例如：混凝土覆盖墨线，林立的钢筋插铁遮挡视线……为此，主要的点线事先须引到基槽的护壁上。对于关键性的桩，要重点保护，如⑦桩位、④桩位、②桩位、③桩位，在其周围砌了砖围，灌筑了混凝土，并设立明显标志，确保其相对的永久性。

3) 本工程点线多、相互关系复杂，稍有疏忽，容易产生差错。所以各点线均应编号，引桩和护壁上的点线也都编号，杜绝差错。

4) 做好仪器和量具的检修和校核工作，减少放线误差。本工程配备了两套测量工具，两台经纬仪和两个钢卷尺，在放线中反复核对，以确保它们的精确度。

5) 仪器、量具专人使用、专人保管。

4. 经纬仪测量法

当圆弧曲线的半径较大，曲线长度又较长，不宜采用坐标计算法进行曲线放线时，可借助经纬仪进行圆弧曲线的放线工作。常用的方法有经纬仪测角法、切线支距法和弦线支距法。

(1) 经纬仪测角法

经纬仪测角法主要应用一条几何定理，即弦切角等于该弦所对之圆心角之半。

如图 4-85 所示。在圆中，弦 AB 与切线 PA 所夹的角$\angle PAB$，等于圆心角$\angle AOB$ 的一半，即

$$\angle PAB=\frac{1}{2}\angle AOB$$

因此，只要知道弦长和圆心角，就可利用经纬仪和钢尺，精确地定出圆弧上的各点位置。

【例 17】 图4-86为某厂区道路弯道示意图，弯道圆弧$\overset{\frown}{AB}$半径 $R=80\text{m}$，弯道部分的圆心角 $\alpha=70^\circ$，试用经纬仪测角法，进行圆弧弯道的施工放线。

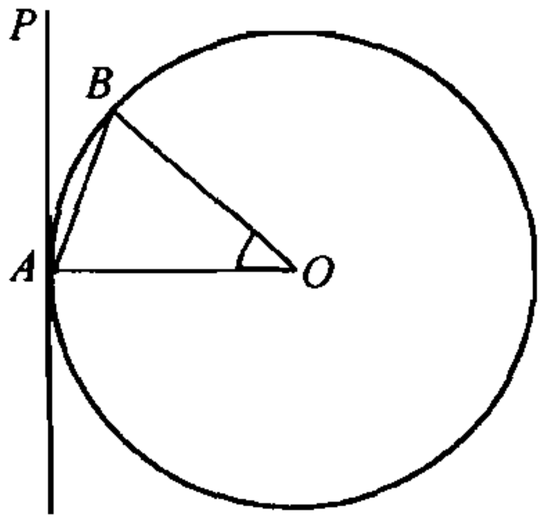


图 4-85 已知弦长及圆心角作圆法

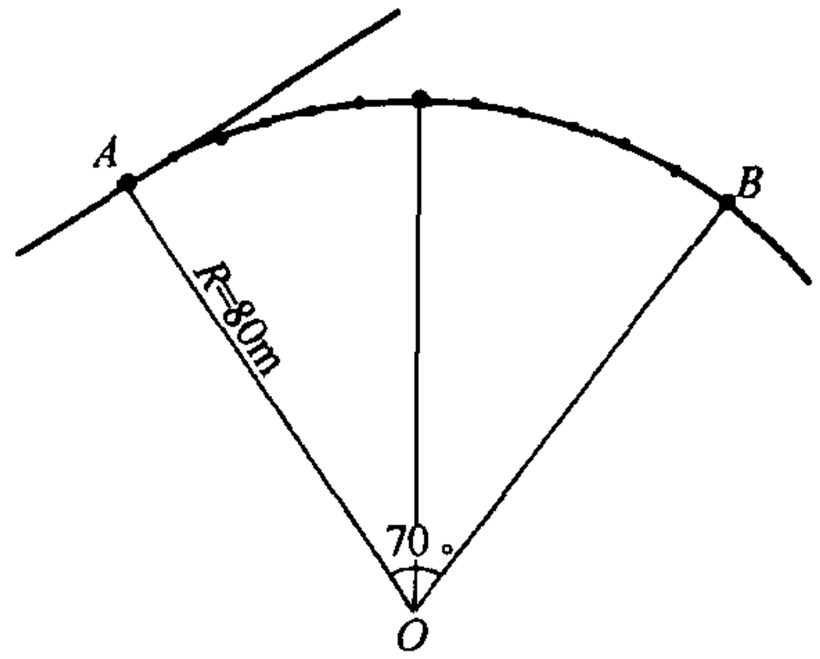


图 4-86 弯道示意图

用经纬仪测角法作圆弧曲线施工放样时，常将圆弧曲线作若干等分，并求出每段圆弧所对之圆心角和弦长，然后用经纬仪测角的方法确定其等分点，最后将各点顺滑连接起来，即为所要求作的圆弧曲线。当等分点越多，所求作的圆弧曲线的精确度也越高。

1）数据计算：

设本例将弯道圆弧曲线作 12 等分，则

①每段圆弧所对之圆心角为

$$\varphi = \frac{70^\circ}{12} = 5.833^\circ(\text{十进位制})$$

$$= 5^\circ 50'$$

$$\frac{\varphi}{2} = \frac{1}{2} \times 5^\circ 50' = 2^\circ 55'$$

②弯道圆弧总长

$$80 \times 2 \times \pi \times \frac{70^\circ}{360^\circ} = 97.74\text{m}$$

③每一等分圆弧长度

$$97.74 \div 12 = 8.145\text{m}$$

④每一等分圆弧的弦长

如图 4-87 所示。

$$\text{弦长} = 2 \times 80 \times \sin\frac{\varphi}{2} = 8.14\text{m}$$

⑤每一等分圆弧的弦心距：

$$\text{因为} \quad \text{弦心距} \div R = \cos\frac{\varphi}{2}$$

$$\text{所以} \quad \text{弦心距} = 80 \times \cos\frac{\varphi}{2} = 79.896\text{m}$$

2）放线步骤：

获得上述数值后，就可用经纬仪测角法进行弯道圆弧的施工放线了。其放线步骤如下，见图 4-88 所示：

①将经纬仪架设于 A 点，对中整平后，先后视直线部分，然后将望远镜转动一个角度，使其等于 $180^\circ - 2^\circ 55' = 177^\circ 05'$。

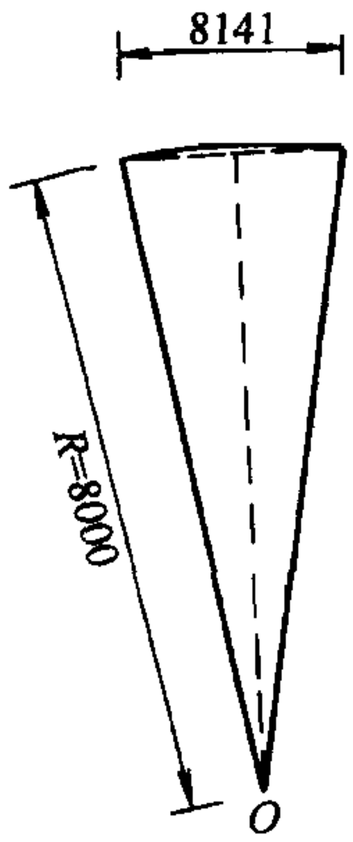


图 4-87　求每一等分圆弧的弦长

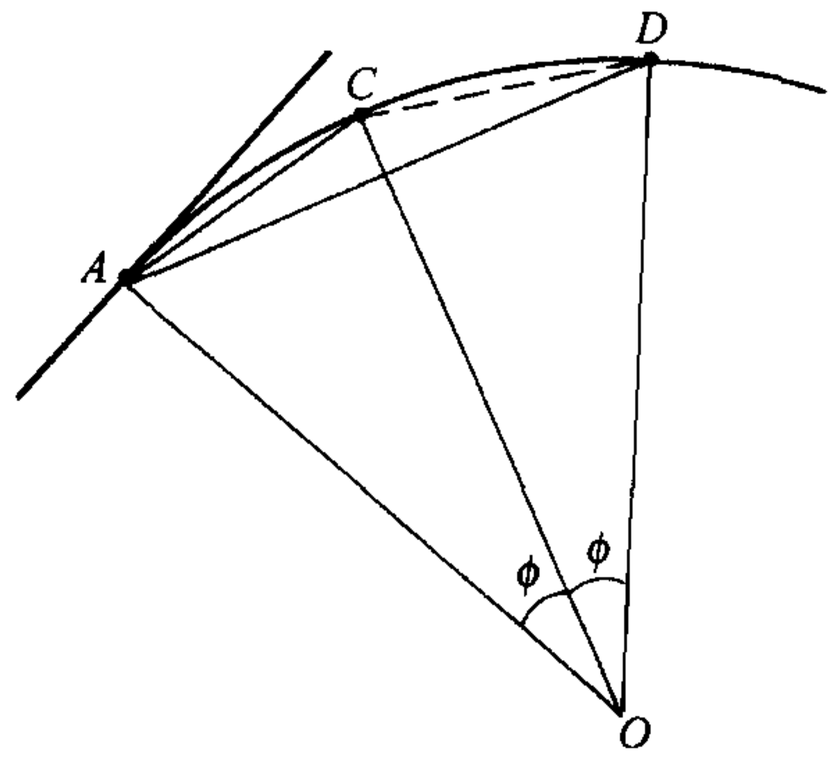


图 4-88　用测角法进行弯道圆弧施工放线

在视线方向精确量取 8.14m，得一 C 点，则点 C 就是弯道圆弧曲线上的第一个等分点。

②将经纬仪搬至 C 点，先后视 A 点，然后将望远镜转动一个角度，使其等于 $180°-5°50'=174°10'$。同样在视线方向精确量取 8.14m，得到 D 点，则点 D 就是弯道圆弧曲线上的第二个等分点。

③其余各点依次类推，直至 12 个等分点全部定出为止。

为消除经纬仪测量误差，测角时，应采用正倒镜的方法，若所得两点位置不同，应取其中点而定之。

上面所定的十二个等分点，只是弯道圆弧的中心线，道路的其他尺寸，则按设计图纸相应向两边放出即可。

前面已述，当圆弧曲线的等分点越多，所得出的曲线精确度也越高，但经纬仪移动的次数也越多，这是一对矛盾。如果弯道曲线两侧障碍物不多，在各点通视和丈量时又较方便，则实际放线时可以作如下改进，以减少经纬仪的移动次数。

如图 4-88 所示，经纬仪架设于 A 点，当确定第一个等分点 C 点后，将望远镜从 AC 方向向右转动一角度即 $\frac{\varphi}{2}=2°55'$，也即 AD 方向。如果 AD 之间距离不大，又可以直接丈量，则 D 点可以比较容易的确定，这时 AD 距离用下式计算：

$$AD = 2R\sin\varphi = 2\times 80\times \sin\phi = 16.256\text{m}$$

如果 AD 之间虽能通视，但距离较大，或不便于直接丈量时，则在确定 AD 视线的情况下，从 C 点向 AD 视线上丈量 CD 尺寸来确定 D 点，因为 $CD=AC=8.14$m，是一个定值。

用上述方法，每架设一次经纬仪，可测设 2～4 个等分点，从而减少了经纬仪的移动次数，提高了工作效率。

为了提高弯道圆弧曲线的放线精度，在定出各等分点后，还可以通过简单计算，求出每段弦上的中间矢高值，以确定每段圆弧的中间点，这样圆弧曲线上的等分点就增加了一倍，使所作圆弧曲线的精度更高。

每段弦的中点矢高值等于半径减去弦心距，如图 4-87 所示，因为每段弦上的弦心距等于 79.896m，所以弦段的中点矢高值为

$$80-79.896=0.104(\text{m})$$

【例 18】　某宾馆建筑位于市区主要街道的转角处，平面形状呈 S 形，总平面位置及平面轴线尺寸如图 4-89 所示。地面放线时，圆心 O_2 处民房尚未拆除，圆心 O_1 处有障碍物。基坑内放线时（基坑底标高为 -6.10m），O_1、O_2 均在挖土区。基础施工时，基坑土方、混凝土垫层、地下室钢筋混凝土结构按三段流水。基坑用钢板桩作护壁。试进行现场放工放线。

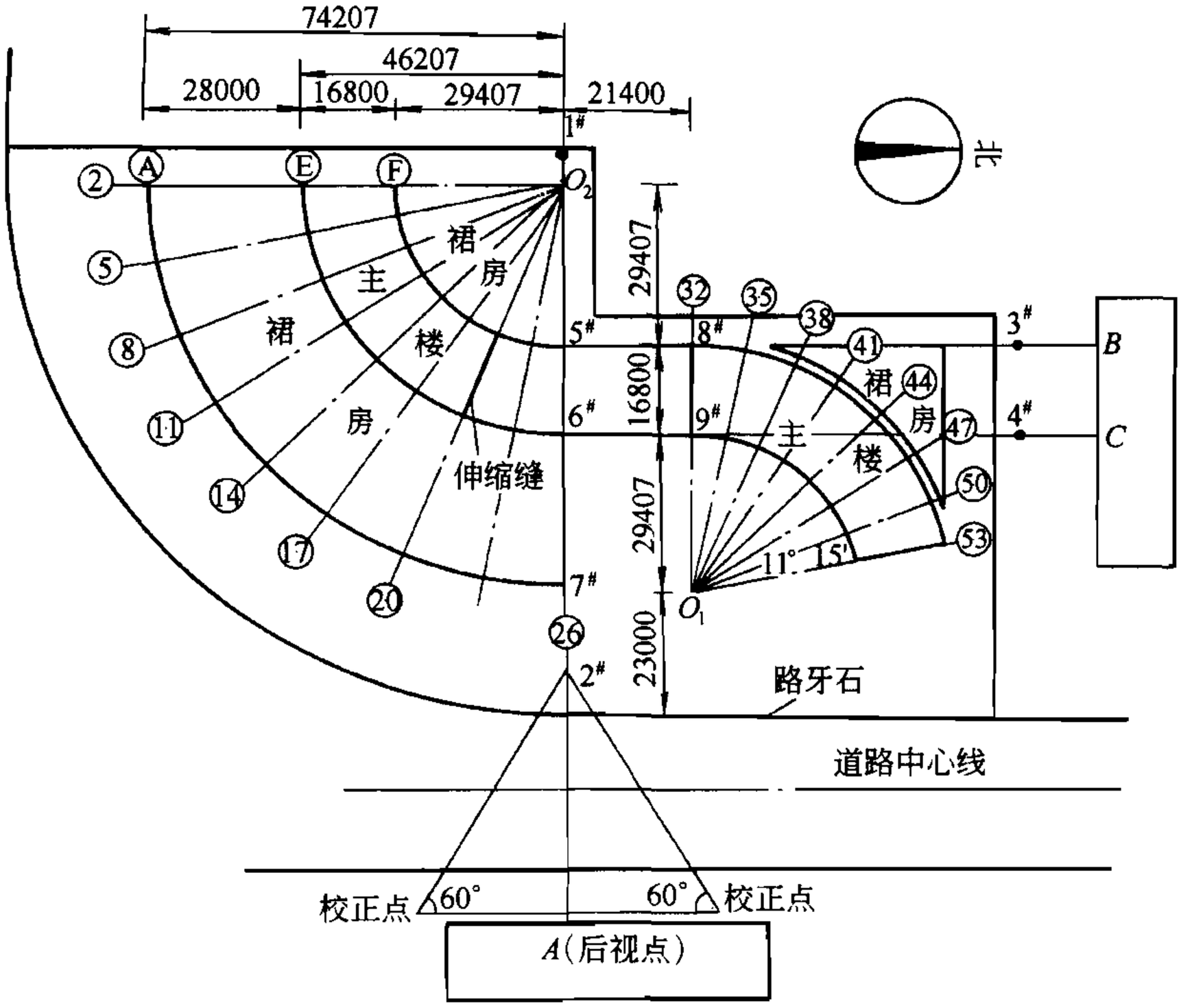


图 4-89　某宾馆建筑平面

1）分析：

①本工程因有地下室，故整个基础施工期间须进行多次定位放线工作。

a. 基础打桩前，须进行地面上定位放线，以确定桩位；

b. 基坑挖土结束后，浇捣混凝土垫层前，在基坑底面进行一次定位放线；

c. 地下室底板扎筋前，在混凝土垫层上进行一次定位放线；

d. 地下室墙板扎筋、立模前，在底板上进行一次定位放线；

e. 地下室顶盖（即底层地面板）浇捣结束后，进行上部结构施工前，须在地下室的顶盖上进行一次定位放线。

②本工程平面形状为 S 形，仅㉖轴～㉜轴间为矩形，因圆心 O_1、O_2 处都有障碍，故不能用直接拉线法进行圆弧曲线的施工放线，又因为基础施工按三段流水，故亦不能采用像[例 14]、[例 15] 那样的施工定位放线方法。现拟采用经纬仪测角法进行施工定位放线。

③由于平面形状复杂，应确定一条基准轴线，作为整个施工定位放线的控制线，现决定以㉖轴线为基准轴线。

2）放线准备：

①有关数值计算

a. 每间放射轴线角度

$$\alpha = \frac{90^\circ}{8} = 11^\circ 15'$$

b. 每间圆弧曲线的弦长

Ⓕ 轴线：$\frac{1/2\ 弦长}{29407} = \sin\left(\frac{11^\circ 15'}{2}\right)$

$$弦长 = 2 \times 29407 \times \sin\left(\frac{11^\circ 15'}{2}\right) = 5764mm$$

Ⓔ 轴线：弦长 $= 2 \times 46207 \times \sin\left(\frac{11^\circ 15'}{2}\right) = 9057mm$

Ⓐ 轴线：弦长 $= 2 \times 74207 \times \sin\left(\frac{11^\circ 15'}{2}\right) = 14545mm$

②根据规划提供的建筑红线位置，定出㉖轴线位置，并在㉖轴线东端的自然地面上（非挖工区）设置稳固的测量控制桩点——2#桩点，在主干道东侧的建筑物墙上，设立后视点 *A*。

为了保证 2#测量控制桩点位置的正确性，在道路东侧的人行道上，又设立两个校正点，其夹角均为 60°，如图 4-89 所示。

3）施工放线：

①地面放线

该工程采用桩基，打桩前，须在自然地面上放出各轴线位置和桩位，放线步骤如下：

a. 将经纬仪架设于 2#测量控制桩点，对中调平后，首先将视线瞄准主干道东侧设在建筑物墙上的后视点 *A*，然后转动 180°，在视线方向设立 1′#临时测量控制桩点（因此时 O_2 处民房未拆，不能设置 1#测量控制桩点，故在 O_2 点前面的适当部位设立 1′#临时测量控制桩点），然后定出㉖轴线（注意，须用正倒镜 180°作定点，以防误差），如图 4-90 所示；

b. 根据设计图纸提供的尺寸，在㉖轴线上，从路牙石开始，向内量取 23000mm、29407mm、16800mm，分别定出主楼和裙房的放线控制点 5#、6#、7#，并设立稳固木

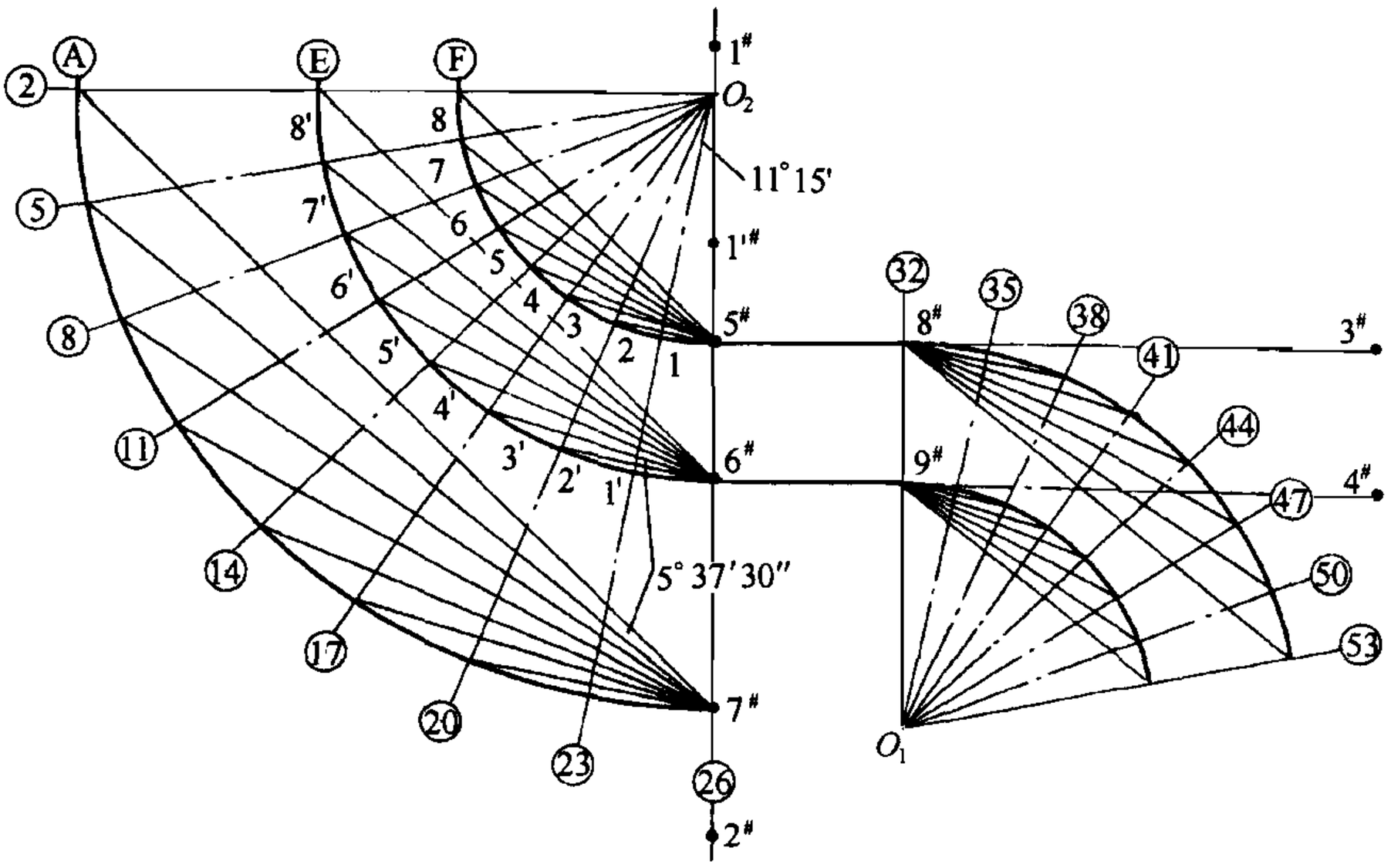


图 4-90　在地面上放出各轴线位置和桩位

桩，桩顶处应设轴线标志点；

c. 将经纬仪架设于 5# 放线控制点，对中整平后，首先将视线瞄准 2# （或 1′#）测量控制桩点，然后转动 90°，在视线方向，即建筑物北侧自然地面上（非挖土区）定出 3# 测量控制桩点，并在北侧的建筑物墙上，设立后视点 *B*，在视线方向量取 21400mm，定出㉜轴线上的 8# 放线控制点，同样设立稳固的木桩，最后将经纬仪再转动 90°，对准 1′# (或 2#）测量控制桩点作校核；

d. 将经纬仪搬至 6# 放线控制点，同（3）步骤，定出 4# 测量控制桩点和后视点 *C*，以及 9# 放线控制点。

3#、4# 测量控制桩点和后视点 *B*、*C* 设定后，应测设∠*B*3# *C* 和∠*B*4# *C* 的角度，以便在施工过程中校核 3#、4# 测量控制桩点位置的正确性；

e. 以Ⓕ轴线的圆弧形部分为例，放出Ⓕ轴线上各放射形轴线中心点位置，如图 4-90 所示：

a）将经纬仪架设于 5# 放线控制点，对中整平后，将视线先瞄准 1′# 或 2# 测量控制桩点后作 90°转动（亦可先瞄准 3# 测量控制桩点后作 180°转动），使视线朝向南方；

b）根据弦切角等于该弦所对圆心角之半的几何定理，使视线向右（即向西）方向转动一角度为$\frac{11°15'}{2}=5°37'30''$，并在视线方向正确量取 5764mm，得点 1，则点 1 即为㉓放射形轴线与Ⓕ轴线的交点位置；

c）将视线继续向右转动 5°37′30″，并从点 1 开始，以 5764mm 的长度与视线相交得点 2，则点 2 即为⑳放射形轴线与Ⓕ轴线的交点位置；

d）继续上述操作方法，直至 3、4、5、6、7、8 各点全部放出。这里须提及一点的是，由于操作，丈量等方面的多种原因，往往造成总尺寸不能闭合而产生误差，这时应作反复测定，直至全部闭合正确为止；

e）将经纬仪移至 8# 放线控制点，对中整平后，首先将视线瞄准 5# 放线控制点，然后转动 180°，对准 3# 测量控制桩点校核无误后，按照上述②～④的操作步骤，可放出㉜～㊸各放射形轴线与Ⓕ轴线的交点。这里须注意一点的是，这边的弦长不是 5764mm，而是 9057mm；

f）同上原理，可放出Ⓔ轴线、Ⓐ轴线上各放射形轴线的交点，这里不再赘述。

②基坑内放线

当打桩结束后即可进行挖土施工。由于整个基础施工中，土方、混凝土垫层、地下室钢筋混凝土结构按三段流水作业施工，所以给施工定位测量工作带来了一定困难。为此，将测量定位工作也分成若干段，每段实行封闭法定位，即使每段平面都独自形成一个精确的整体。本工程以⑳～㉜轴为第一流水施工段（伸缩缝即在⑳轴和㉜轴上）先行施工，两端圆弧部分后施工。当基础土方完成后，浇捣混凝土垫层前的定位放线操作如下，如图4-91所示。

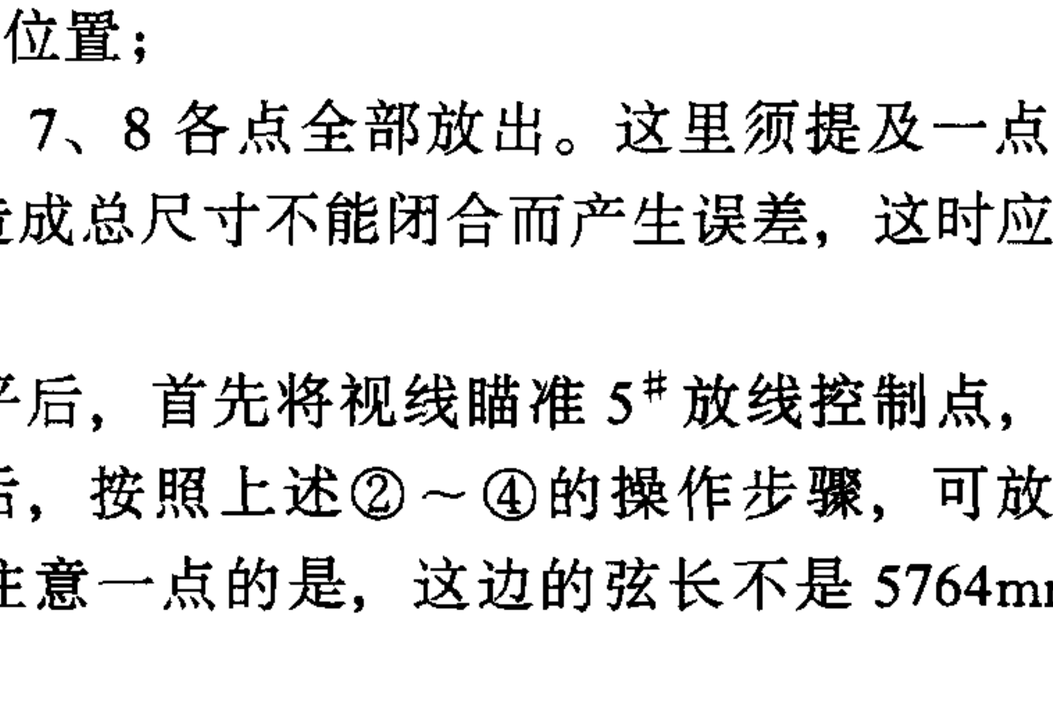


图 4-91 基础土方完成后的定位放线

a. 将经纬仪架设于 2#测量控制桩点，对中整平后，首先将视线瞄准主干道东侧设于建筑物墙上的后视点 *A*，然后转动 180°，对准 1#测量控制桩点（1#测量控制桩点待 O_2 处民房拆除后、挖土前即应设置）作校核，无误后，将视线转向基坑，在基坑底的护壁钢板桩前设置临时测量控制桩点 *P*，并在主楼基坑东侧的适当部位，设置临时测量控制桩点 *P′*，则 *P*-*P′*直线即为㉖轴线在基坑底的位置。

b. 将经纬仪移至 3#测量控制桩点，对中整平后，将视时瞄准设于北边建筑物墙上的后视点 *B*，然后转动 180°，由于这时视线看不到基坑底，所以在基坑北侧的上边自然地面上设置一引桩点 *K*（亦应采用正倒镜方法，使 *K* 点设置正确）。

c. 将经纬仪移至引桩点 *K*，对中整平后先后视 3#测量控制桩点，然后转动 180°，并将视线落向基坑底的 *P*-*P′*直线上，得出 5#放线控制点，如图 4-92 所示，同时定出④轴线的直线段位置，即㉖～㉜轴间的直线段位置。用钢尺精确丈量 21400mm，得出 8#放线控制点。

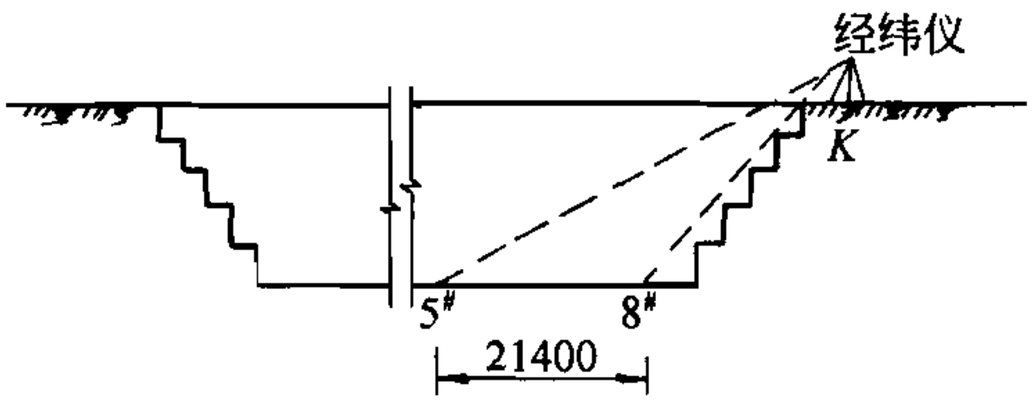


图 4-92　用经纬仪测定基坑底各控制点

从 5#放线控制点开始，用钢尺在 *PP′*线上精确丈量 29407mm，得出圆心 O_2 点，并设置稳固的控制桩点。

d. 用同样方法定出 6#、8#放线控制点。

e. 在定出 5#、6#两放线控制桩点后，⑳～㉖轴间圆弧形部分的放线定位工作，可参照“地面放线”方法进行。

由于基础进行分段流水施工，容易产生测量定位时视线阻挡，给定位放线工作带来困难，因此在分段时，应充分考虑前道工序为后道工序创造条件。拿上面所述的混凝土垫层来说，第一流水段的施工面宜扩大一个轴线，即左侧至⑰轴线，右侧至㉟轴线。这样两侧圆弧形部分施工时，轴线的定位测量就比较方便了。例如当②～⑰轴线间的土方施工结束后，须测定混凝土垫层的位置时，可将经纬仪先架设于⑰轴线的点 3 处，对中整平后，先后视⑳轴线的 2 点，或是后视圆心 O_2 点，然后作一定的角度转动，依次定出点 4、点 5……点 8。

当然，左侧部分基坑的定位放线工作，在土方挖好后，也可以这样操作；

将经纬仪安置于 O_2 圆心点，对中整平后，首先后视 *P* 点（这时在基坑内不易看到 1#、2#测量控制桩点，因施工视线阻挡，也不易看到 *P′*点），然后转动 90°，将视线转至向南，并在视线上分别量取 29407mm、16800mm、28000mm，得出②轴线上的点 8、8′、8″，然后用测角法定出Ⓕ轴线、Ⓔ轴线和Ⓐ轴线上的各放射轴线的交点位置。

4）放线定位测量中应注意的问题：

①2#、3#、4#测量控制桩点是整个定位放线的关键性控制桩点，每次测设前，应认真校核其位置的正确性。对于 2#测量控制桩点，应用主干道东侧的两个校正点进行校正测设；对于 3#、4#测量控制桩点，应分别测设∠*B*3#*C* 和∠*B*4#*C*，以校核其位置的正确性。

②定位测量应精心操作，测量仪器应定期校验，专人保管，专人使用。

③各次测设数据应整理成书面记录，成为重要的施工技术资料。

(2) 切线支距法

当圆弧曲线的半径很大时，用切线支距法进行圆弧曲线的放样工作比较方便。

采用切线支距法作圆弧曲线的施工放样时，也要对圆弧曲线作若干等分，在其切线方向求出每一等分点的水平距离 x_4 和垂直距离 y_4（即矢距），如图 4-93 所示。将圆弧曲线 $\overset{\frown}{AB}$ 作 n 等分，设备等分点为 m_1、m_2……m_i，AP 为切线方向，则每一等分点的 x_i 和 y_i 值可用下式计算：

$$x_i = R \cdot \sin(i\varphi)$$

$$y_i = R[1 - \cos(i\varphi)]$$

式中 φ 为每一等分圆弧段所对的圆心角，

$$\phi = \frac{a}{n} \tag{4-56}$$

将各等分点的 x_i 和 y_i 值算出后，列成一表格，放线测设时，只需将经纬仪架设于 A 点（或 B 点），测出曲线的切线方向 AP 后，沿切线方向用钢卷尺精确丈量出 x_1、x_2……x_i 各值，同时经过各点在切线的垂直方向量出相应的 y_1、y_2……y_i 各值，即可定出曲线点 m_1、m_2……m_i 各点，如图 4-94 所示。

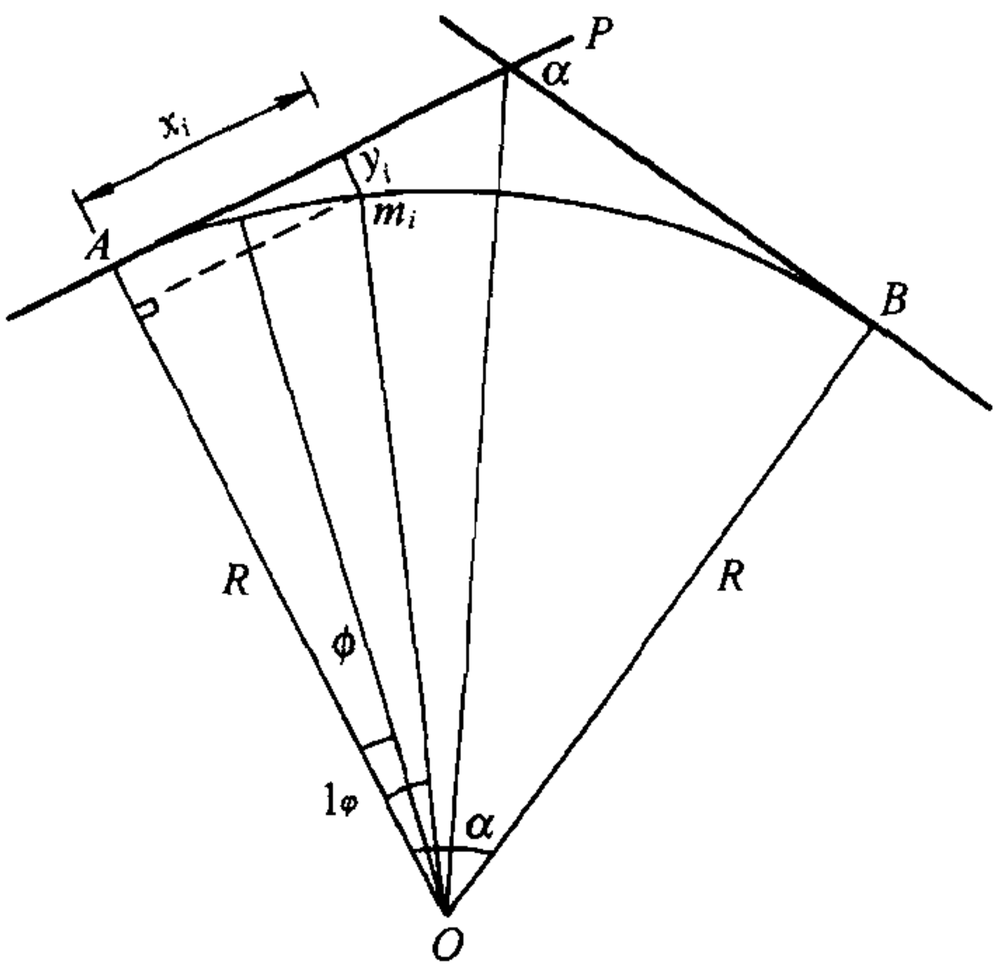


图 4-93 切线支距法施工放样

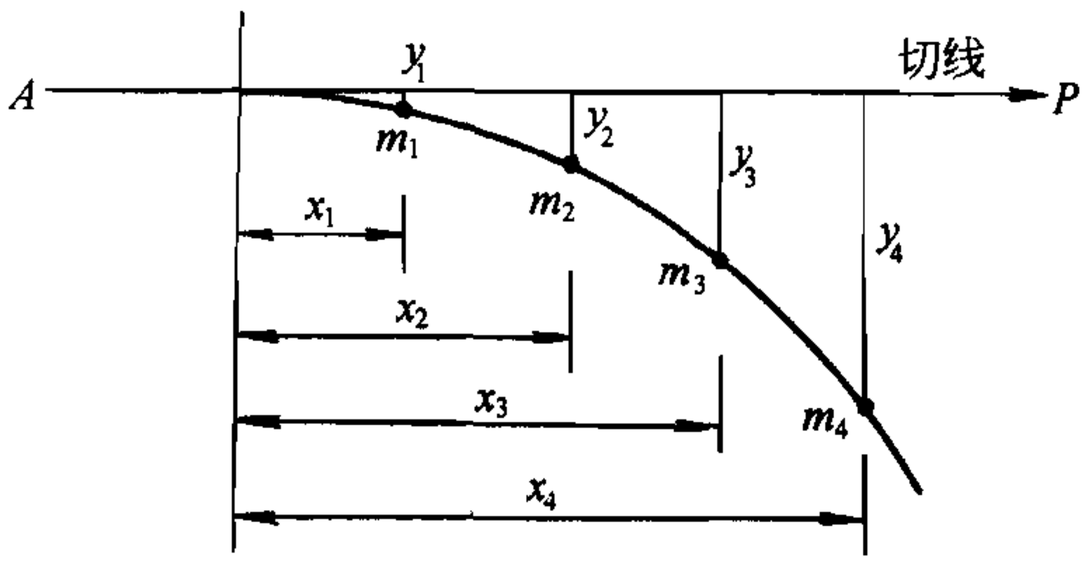


图 4-94 根据各点纵横坐标值求取曲线各点

【例 19】 试用切线支距法计算［例 17］所述各等分点的 x_i 和 y_i 值（可计算一半六个点）由［例 17］已知条件可知

$$\varphi = 5°50'$$

所以 $x_1 = 80 \times \sin 5°50' = 8.128\text{m}$

$$y_1 = 80 \times [1 - \cos 5°50'] = 0.416\text{m}$$

用同样方法，可计算出各等分点的 x、y 值，最终列成表格，见表 4-34 所示。

(3) 弦线支距法

弦线支距法作圆弧曲线是将圆弧曲线等分若干大段后，先用经纬仪测角法求出各等分点，再将弦分成若干点，求出相应的弦线矢高值，从而确定圆弧曲线上的若干个点。这种方法实际上可看作是经纬仪测角法和坐标计算法的联合应用。它的主要优点是经纬仪测设时移动次数少，操作较简单，如图 4-95 所示。将圆弧曲线作几个等长段，则每段弦长

各等分点的 x、y 值　　表 4-34

等　分　点	x　值（m）	y　值（m）
m_1	8.128	0.416
m_2	16.176	1.656
m_3	24.055	3.704
m_4	31.685	6.544
m_5	38.986	10.144
m_6	45.884	14.464

$$L = 2R \cdot \sin\frac{\varphi}{2} \tag{4-57}$$

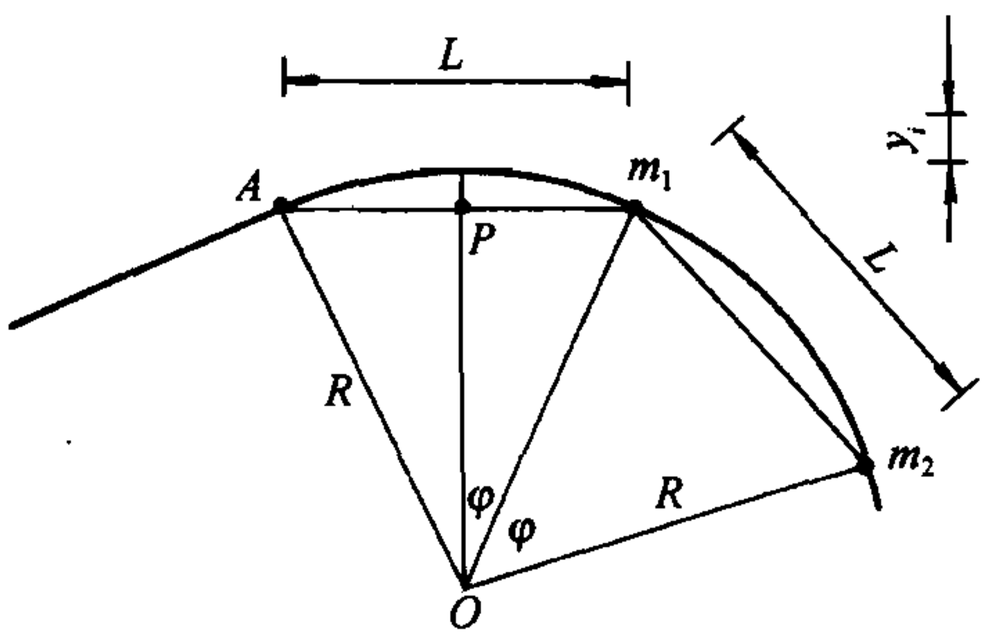


图 4-95　弦线支距法施工放样

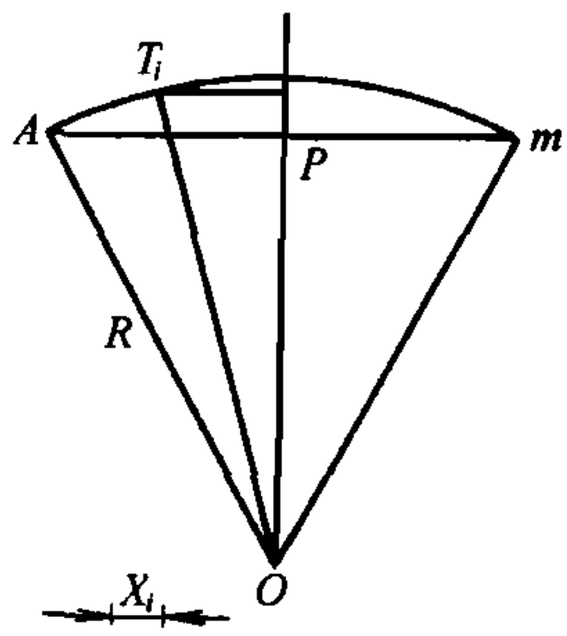


图 4-96　弦分割多段

如 P 点为弦线中点，则

$$OP = \sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

为了在$\overset{\frown}{Am_1}$上多测设几个点，我们将 Am_1 弦分成若干段，每段长度以 2～4m 为宜，如图 4-96 所示，设圆弧曲线上一点 T_i，它距 OP 为 x_i，距 Am_1 为 y_i，则当确定 x_i 值后，即可求出相应的 y_i 值：

$$y_i = \sqrt{R^2 - x_i^2} - OP$$

为计算和丈量方便，分段的 x_i 值应尽量取整数，圆弧曲线中间点的 y 值为

$$y_{中} = R - OP$$

根据对称原理，计算一次，在 OP 两边可得两点。最后将各点的 x、y 值列成表格，供测设放线时使用。

【例 20】　将［例 17］的一段弯道圆弧曲线等分成三大段后，用弦线支距法在每段弧上测设七个点。

根据［例 17］的已知条件，先计算出下列数值，如图 4-97 所示：

1）每段所对圆心角

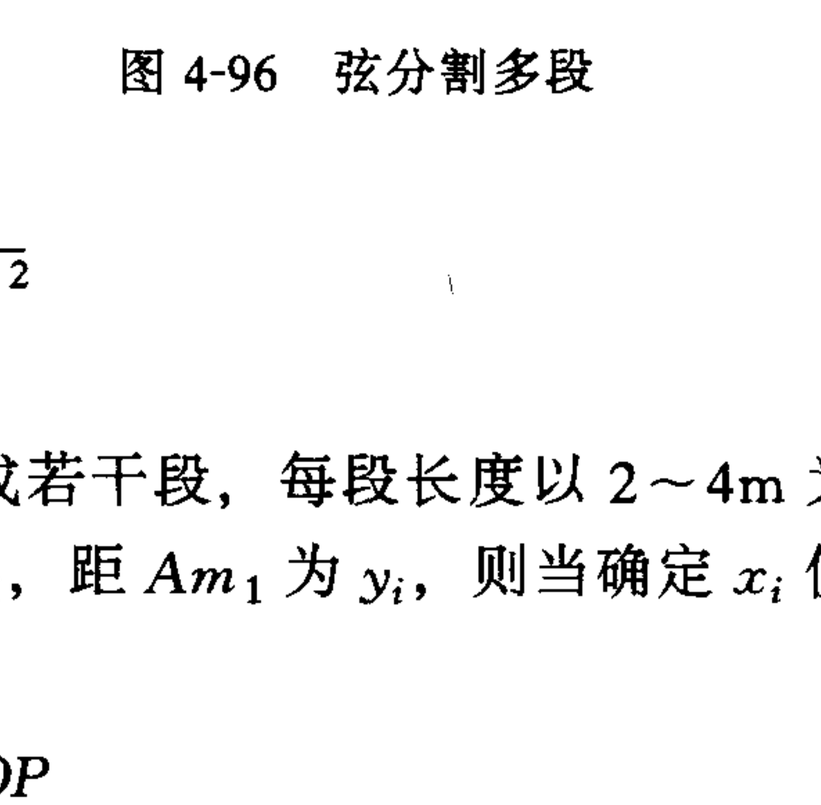


图 4-97　弦线支距法测设弧上的等分点

$$\varphi = \frac{70}{3} = 23.333°(十进位制)$$

2）每段圆弧所对之弦长

$$L = 2R \cdot \sin\frac{\varphi}{2} = 2 \times 80 \times \sin\frac{23.333°}{2} = 32.352\text{m}$$

3）每段弦的弦心距

$$OP = \sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2} = \sqrt{80^2 - \left(\frac{32.352}{2}\right)^2}$$

$$= 78.348\text{m}$$

$$y_{中} = R - OP = 80 - 78.348 = 1.652\text{m}$$

4）从中点 P 向左（或向右）取 K_1、K_2、K_3 三个点，使 $PK_1 = K_1K_2 = K_2K_3 = 4\text{m}$。

则各点相应之 y 值为

$$y_1 = \sqrt{R^2 - 4^2} - OP = \sqrt{80^2 - 4^2} - 78.348 = 1.552\text{m}$$

$$y_2 = \sqrt{R^2 - 8^2} - OP = \sqrt{80^2 - 8^2} - 78.348 = 1.251\text{m}$$

$$y_3 = \sqrt{R^2 - 12^2} - OP = \sqrt{80^2 - 12^2} - 78.348 = 0.747\text{m}$$

根据上述计算结果，最后绘成图 4-98 所示，供放线时使用。

4-2-7-3 圆弧形楼梯的施工放线

圆弧形楼梯一般有螺旋形楼梯和扇形楼梯两种。圆弧形楼梯具有造型新颖、美观、富有变化动态之感，较为引人，在公共场所及公共建筑中，常为多见。图 4-99 所示为湖南长沙市湘江大桥旁的一座螺旋形楼梯示意图，它像是一条飘带飘落在大桥旁，那样富有诗意，与雄伟的大桥相映成趣，显得生机盎然。它使技术与艺术得到了和谐的结合，使游人得到美的享受。图 4-100 所示为某自行车寄存处建筑，围绕在圆形建筑物外面的螺旋形坡道也别有风味，给生活增添了无限情趣。图 4-101 所示为几种不同形式的圆弧形楼梯平面示意图。图 4-101（a）所示为小半圆弧形楼梯，图 4-101（b）为半圆弧形楼梯，图 4-101（c）为大半圆弧形楼梯。

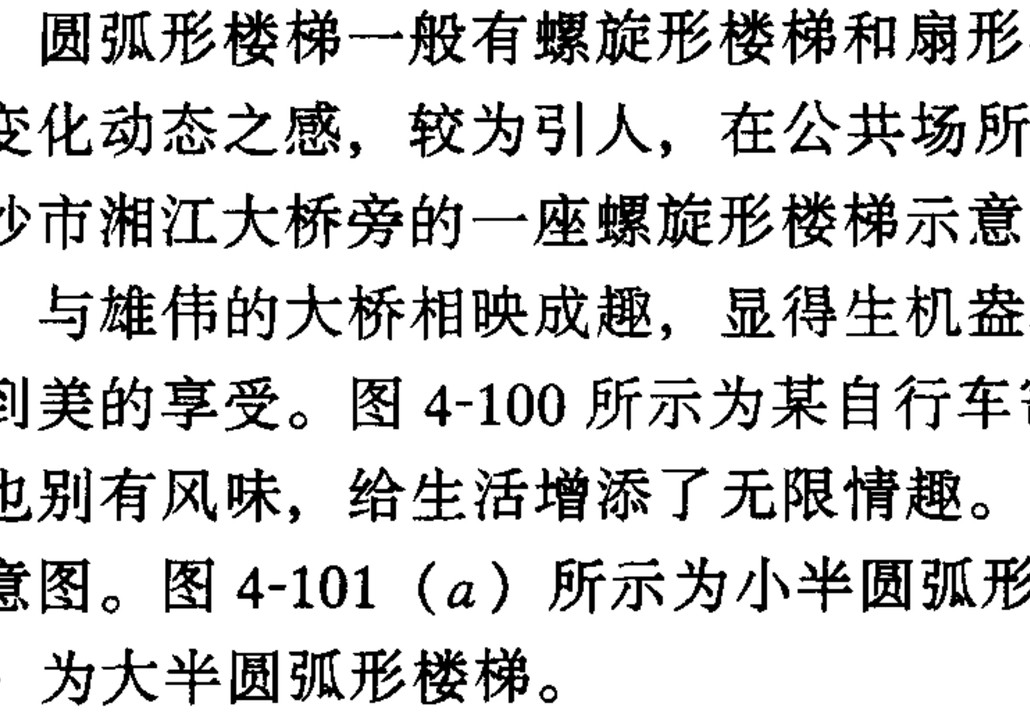


图 4-98 根据测点确定圆弧曲线

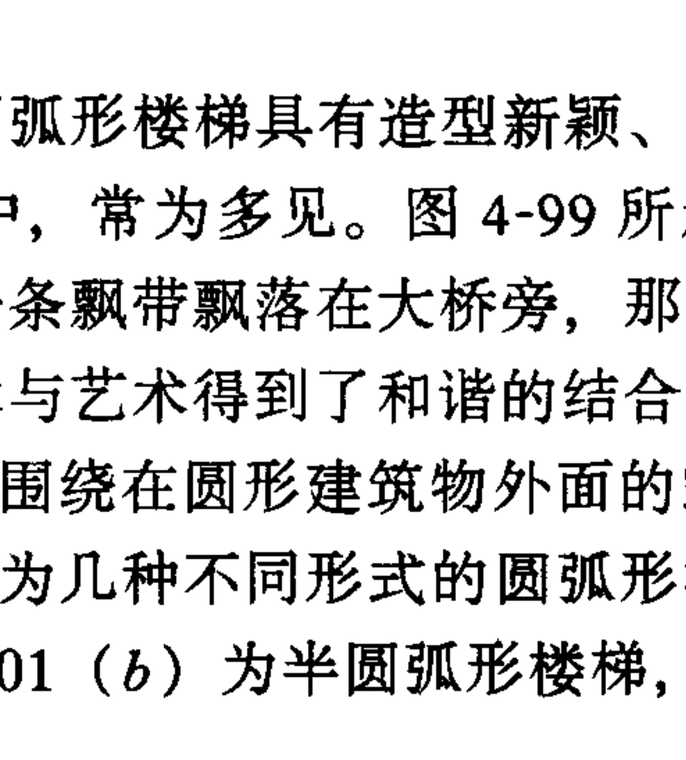
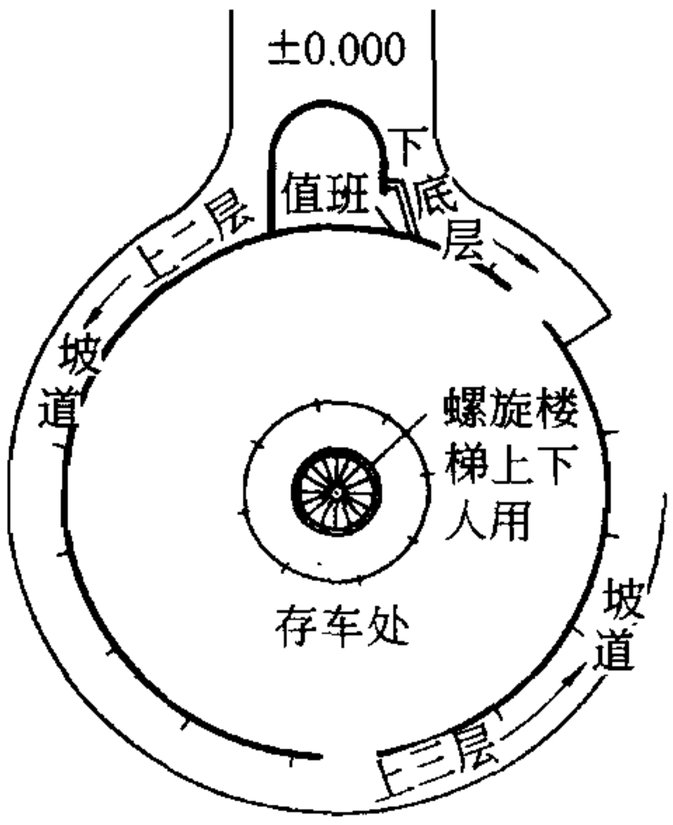
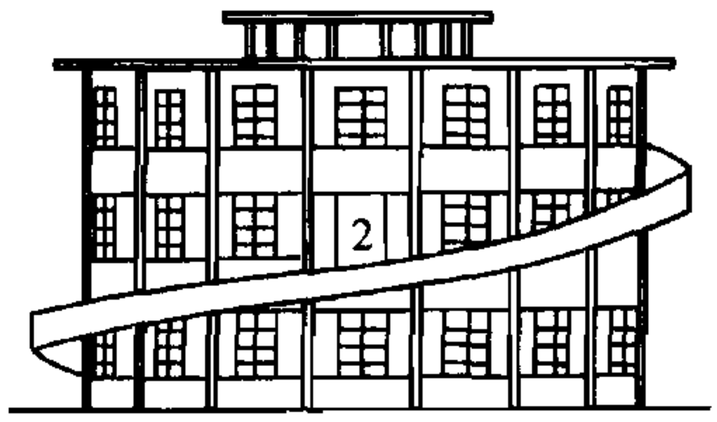


图 4-99 螺旋形楼梯



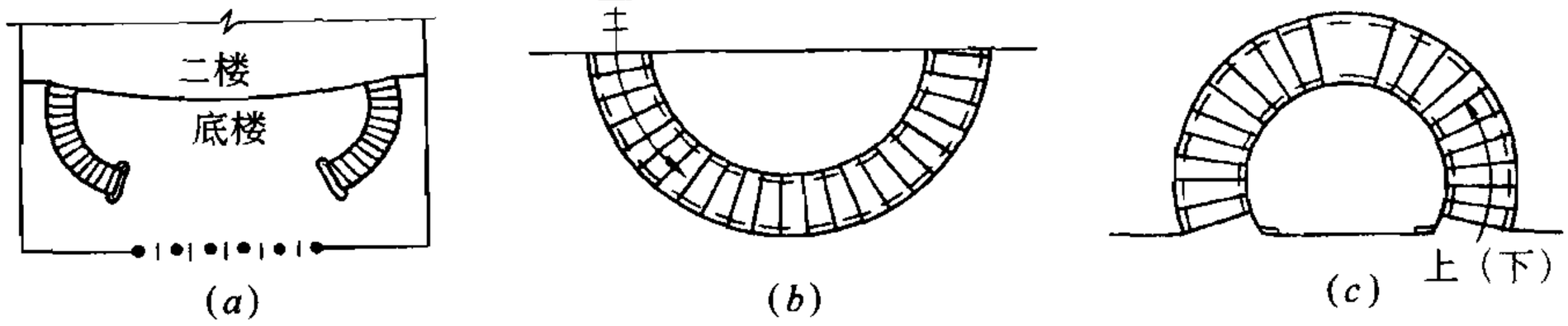
(a)



(b)

图 4-100　某自行车寄存处建筑

(a) 平面图；(b) 立面图



(a)　　(b)　　(c)

图 4-101　圆弧形楼梯平面

(a) 小半圆弧形楼梯；(b) 半圆弧形楼梯；(c) 大半圆弧形楼梯

1. 螺旋形楼梯的施工放线

螺旋形楼梯的施工较为复杂，施工放线也较为麻烦。施工放线前，亦需作必要的数学计算。

螺旋形楼梯是由内外侧同一圆心的两条不同半径的螺旋线组成的螺旋面分级而成。每一踏步都从圆心向外放射，而在每一放射面上的内外侧的标高是相同的。图 4-102 为预制

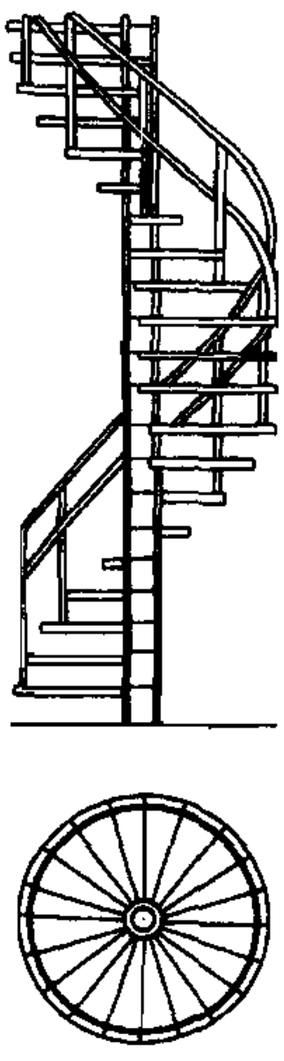


图 4-102　预制踏步的螺旋楼梯示意图

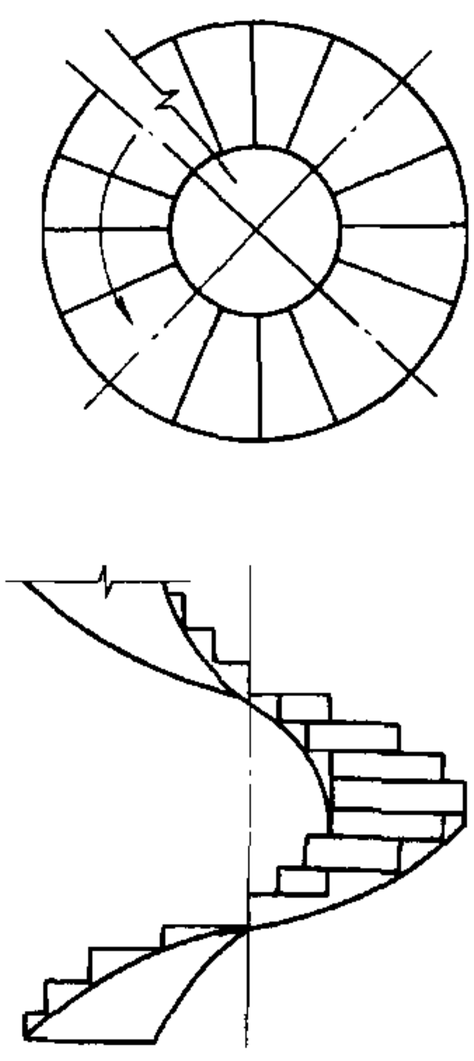


图 4-103　整浇式螺旋形楼梯示意图

踏步的螺旋形楼梯，它的底面为一不连续的曲面。图 4-103 所示为整浇的螺旋形楼梯，它的底面为一连续的曲面体。图 4-104 所示为图 4-103 螺旋形楼梯的平面图和内、外侧面的展开剖面图。

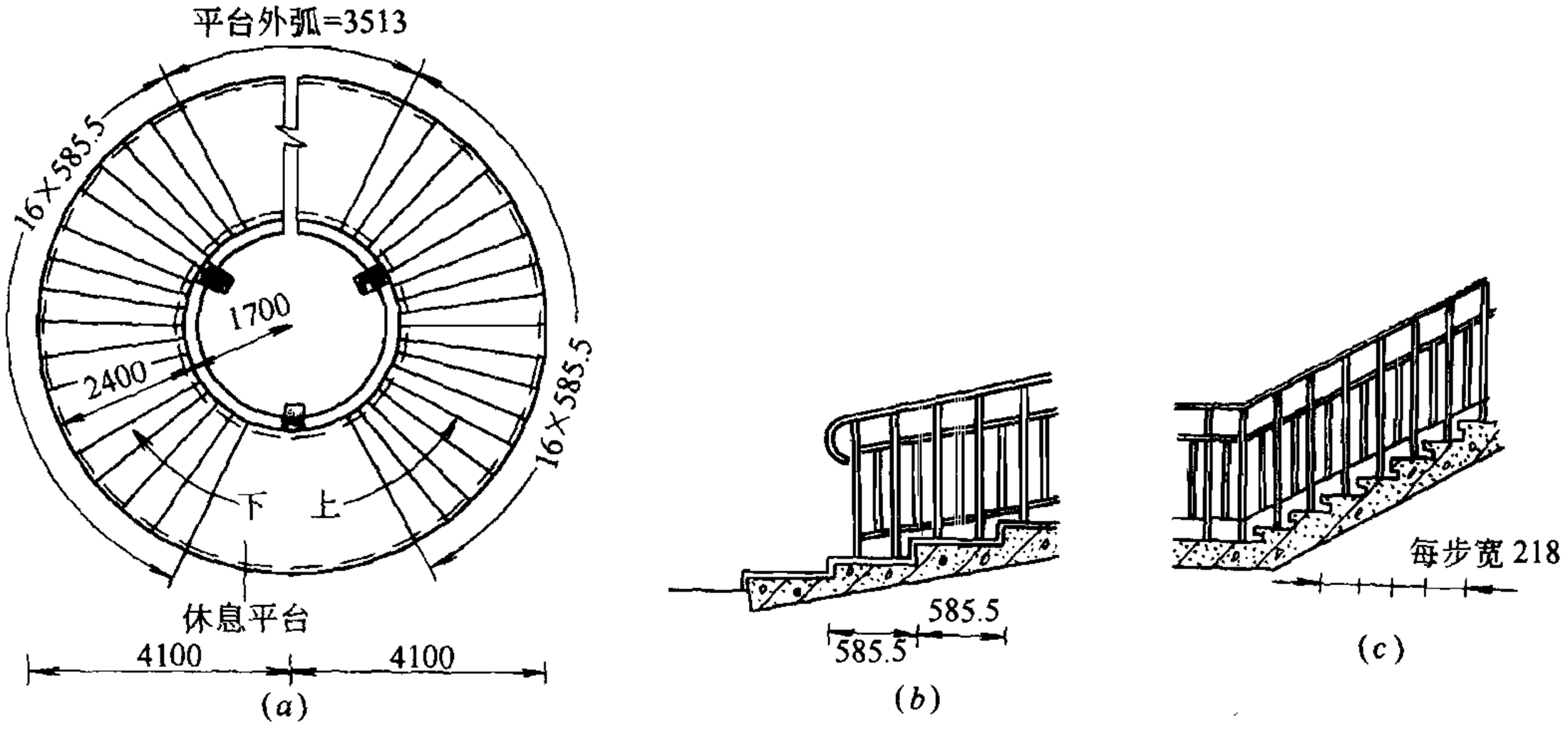


图 4-104 螺旋形楼梯

(a) 平面图；(b) 外侧展开剖面；(c) 内侧展开剖面

【例 21】 有一半圆形螺旋式圆弧楼梯，主要尺寸见图 4-105 (a) 所示，试作模板立柱高度的施工放样。

放样步骤：

(1) 找一块平整的水泥地，放出楼梯内、外轮廓线的两个半圆弧线，并将它们分成若

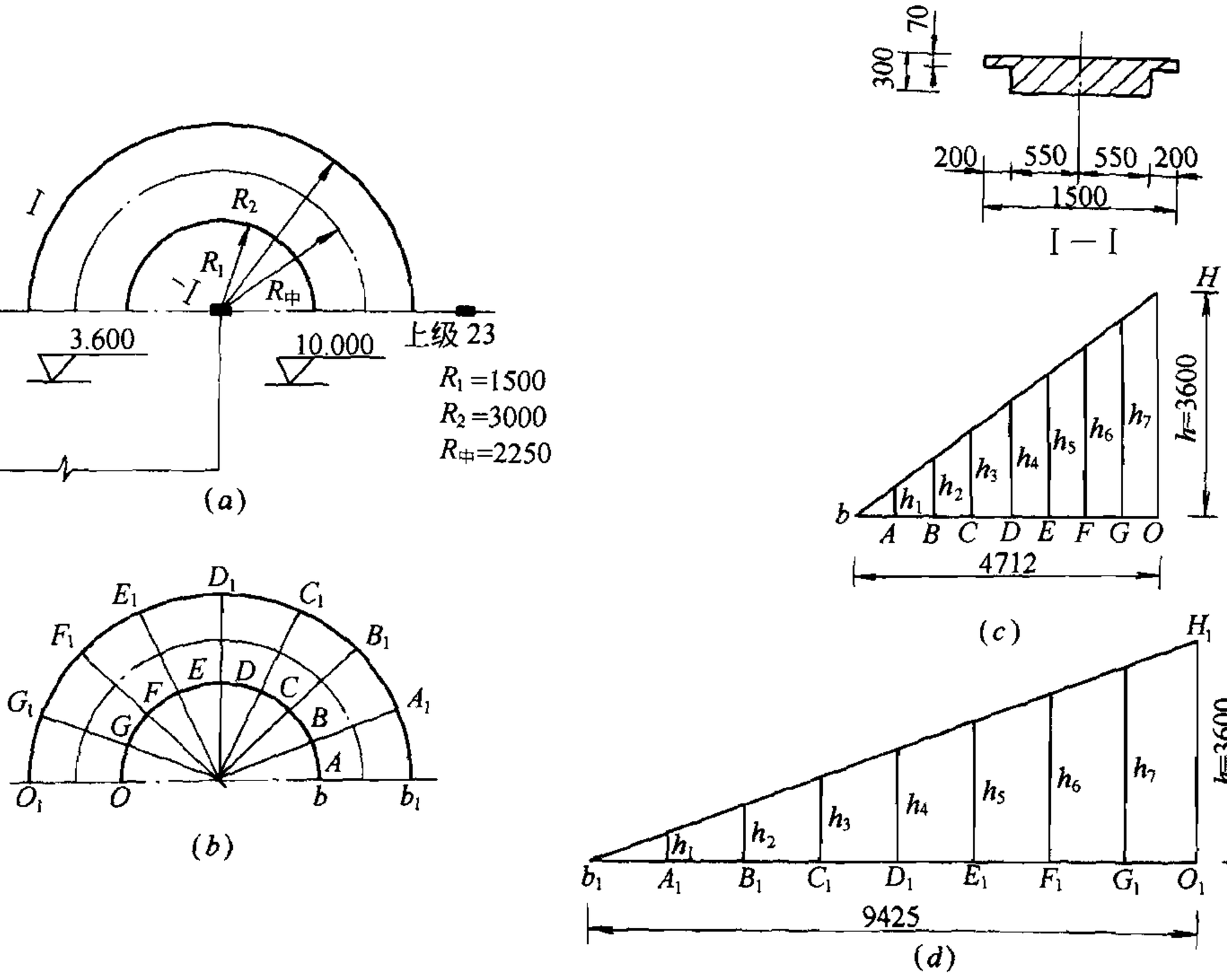


图 4-105 整体式半圆螺旋楼梯模板立柱放样示意图

干等分，如现作 8 等分。内圆弧的等分点为 b、A、B、C、D、E、F、G、O，外圆弧的等分点为 b_1、A_1、B_1、C_1、D_1、E_1、F_1、G_1、O_1，如图 4-105（b）所示。各等分点为模板立柱的基点。

（2）将内、外圆弧示作两根直的线，并以此为直角三角形的底边，楼层高度（本例为 3600mm）为直角三角形的一直角边，作两个直角三角形 HbO 和 $H_1b_1O_1$，如图 4-105（c）、（d）所示，则 bO 和 b_1O_1 的数值如下：

$$bO = \frac{1}{2} \times R_1 \times 2 \times \pi = R_1 \cdot \pi = 1500 \times \pi = 4712\text{mm}$$

$$b_1O_1 = \frac{1}{2} \times R_2 \times 2 \times \pi = R_2 \cdot \pi = 3000 \times \pi = 9425\text{mm}$$

因为楼层高为 3600mm，总踏步数为 23 步，所以每一踏步高度为

$$3600 \div (23 + 1) = 150\text{mm}$$

每一踏步的内、外侧宽度分别为（水平投影宽度）：

内侧宽度　$4712 \div 23 = 205\text{mm}$

外侧宽度　$9425 \div 23 = 410\text{mm}$

（3）每个立柱的高度，可以从图 4-105（c）、（d）中直接量得。各等分点的高度 h_1、$h_2 \cdots\cdots h_7$，即为立柱基点 A-A_1、B-$B_1 \cdots\cdots G$-G_1 处的立柱高度值。在每条圆弧的放射线上，内、外立柱的高度是相等的，即图 4-105（c）和图 4-105（d）中对应的 h 值是相等的。楼梯立模剖面如图 4-106 所示。在同一放射线上的几根立柱常组成立柱排架的形式，在上面先铺设弧形（即螺旋形）楞木，然后铺底板（此底板一般用薄板，形状为外宽内窄的楔形板）。因此，在配置立柱排架的高度时，应注意需扣除楞木、底板以及立柱下三角楔的厚度，这样制作的立柱高度才能准确。现本例以楞木高 6cm、底板厚 1cm、三角楔厚 3cm 计，共计扣除 10cm，加上楼梯混凝土厚 30cm，总计扣除 40cm，故各立柱排架高度调整为

$$A - A_1 = h_1 = \frac{1}{8} \times 3600 - 400 = 50\text{mm}$$

$$B - B_1 = h_2 = \frac{2}{8} \times 3600 - 400 = 500\text{mm}$$

$$C - C_1 = h_3 = \frac{3}{8} \times 3600 - 400 = 950\text{mm}$$

$$D - D_1 = h_4 = \frac{4}{8} \times 3600 - 400 = 1400\text{mm}$$

$$E - E_1 = h_5 = \frac{5}{8} \times 3600 - 400 = 1850\text{mm}$$

$$F - F_1 = h_6 = \frac{6}{8} \times 3600 - 400 = 2300\text{mm}$$

$$G - G_1 = h_7 = \frac{7}{8} \times 3600 - 400 = 2750\text{mm}$$

为了使楼梯底板的弯曲面较为顺滑，立柱排架的间距不应过大，一般以不大于 70cm 为宜。由于内、外弧长度相差较大，所以内、外立柱间距大小也不相等，本例中内、外立柱间距分别为

内立柱间距　4712÷8＝589（mm）

外立柱间距　9425÷8＝1178（mm）

显然，立柱排架在内圆弧线上的间距较为适合，而在外圆弧线上的间距过大。为此，可以在楼梯的外侧，在二分之一或三分之二宽度内，增设立柱排架，如图 4-107 所示。

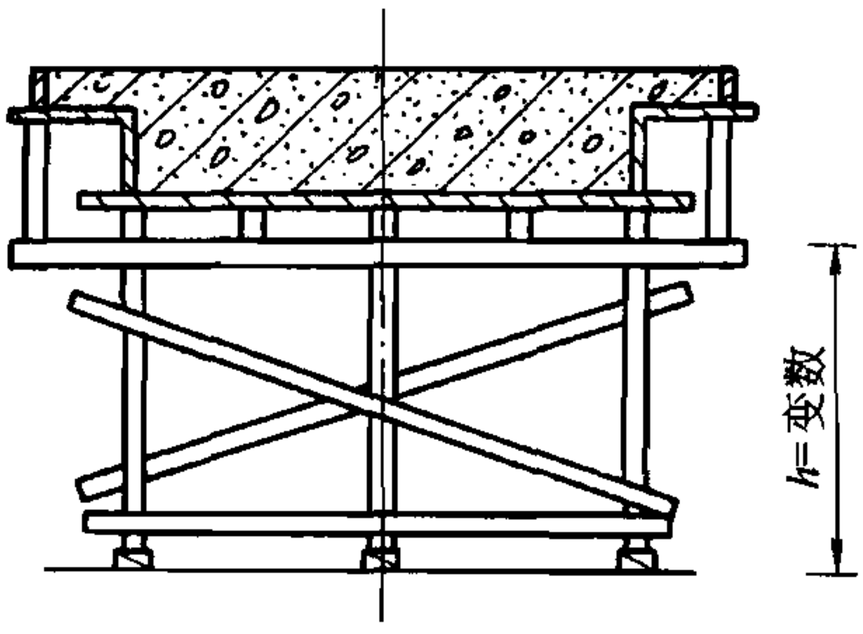


图 4-106　楼梯立模剖面

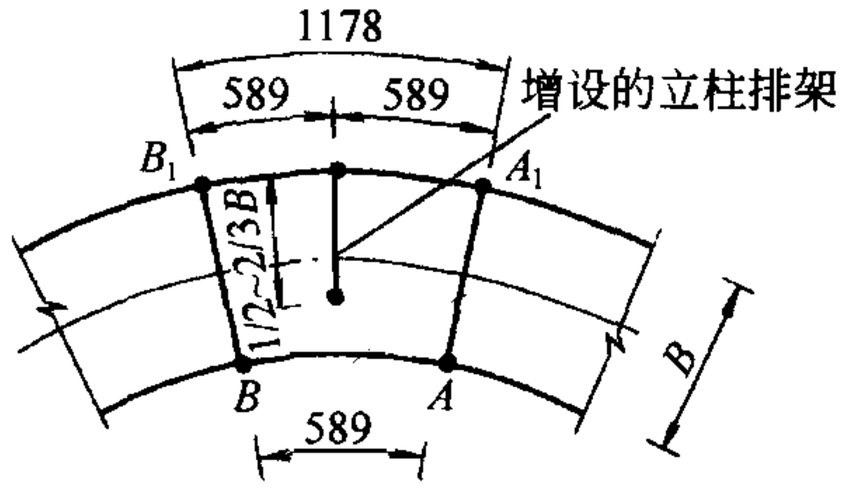


图 4-107　增设立柱排架位置图

（4）现场放样前，立模范围内的地面应认真进行平整夯实（夯实的范围应比楼梯外边线至少放出 1m）。放样时，先准确放出内、外两半圆边线，并准确进行 8 等分，使立柱排架的位置正确无误。如果外侧中间增加半幅立柱排架时，亦应相应放出其等分线位置。

立柱排架就位正确后，即可进行上部立模的施工操作。

【例 22】　图4-108所示为某影剧院门厅的两只圆弧形楼梯，内弧半径 R 为 9m，外弧半径 R 为 11m。圆弧中心夹角为 55°，楼梯中间有一个 3 个级宽的平台，楼层高 4.05m，楼梯板厚度及边缘尺寸同［例 21］，试作模板立柱排架的施工放样。

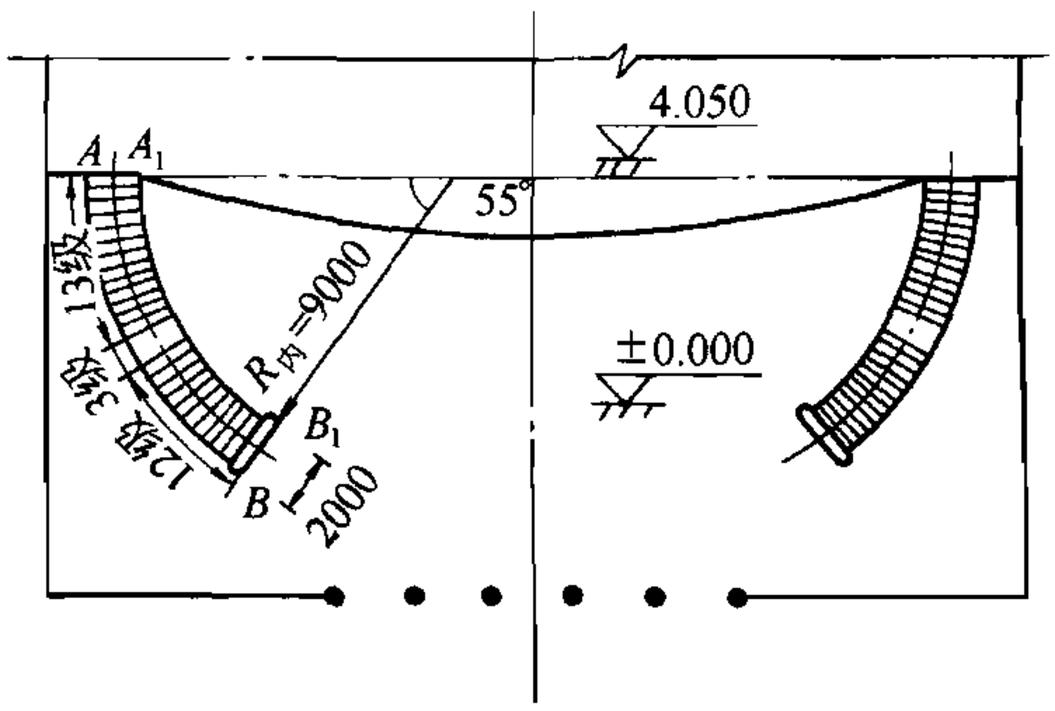


图 4-108　某影剧院门厅楼梯

（1）分析

本例与［例 21］的不同之点是：

1）本例楼梯为一段圆弧，不是半圆或整圆。

2）中间有一休息平台。

（2）有关参数计算

1）内圆弧长度 $L_{内}$

$$L_{内} = 2R_{内} \times \pi \times \frac{55^\circ}{360^\circ} = 8641\text{mm}$$

2）外圆弧长度 $L_{外}$

$$L_{外} = 2R_{外} \times \pi \times \frac{55^\circ}{360^\circ} = 10561\text{mm}$$

3）每一踏步高（平台算一个踏步高）

$$4500 \div (12 + 1 + 13 + 1) = 150\text{mm}$$

4）每一踏步内、外边宽度尺寸（平台为三个踏步）

内边宽度　8641÷（12＋3＋13）＝308.6mm

外边宽度　10561÷（12＋3＋13）＝377.2mm

5）同［例 21］，将内、外圆弧线示作两根直的线，并以此为直角三角形一底边，层高 4.05m 为另一直角边，作两个直角三角形，如图 4-109 所示。由于中间有一平台，所以三角形的斜边有一段水平线。

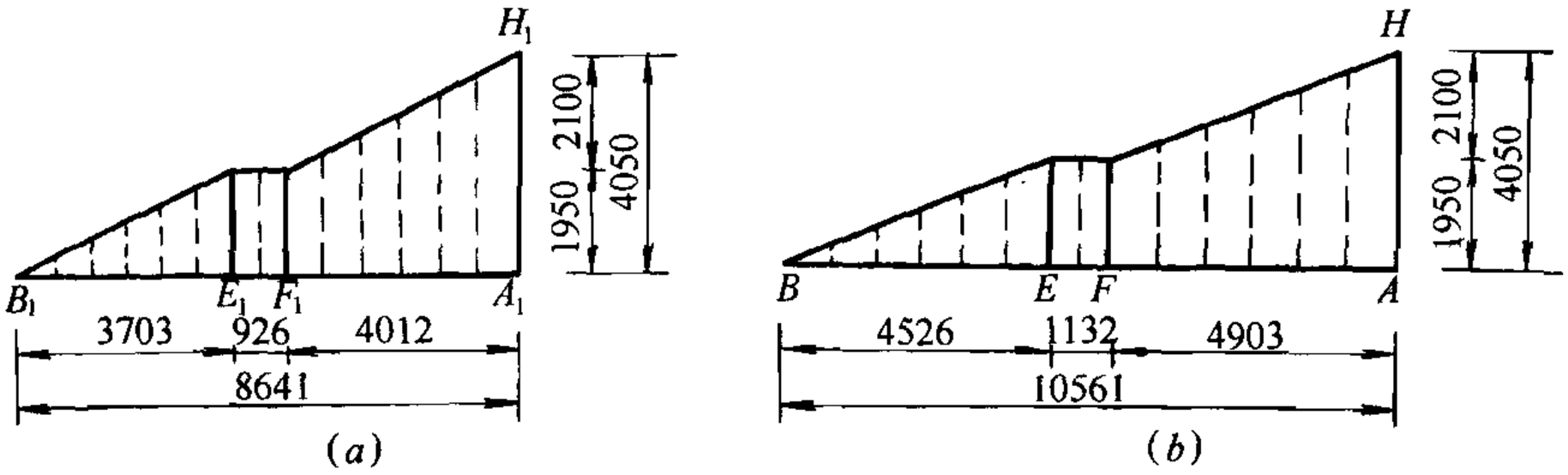


图 4-109　阶梯式两直角三角形

（a）内圆弧线；（b）外圆弧线

6）根据前述所定，一般立柱排架间距以 70cm 为宜，现平台上、下均采用六个立柱排架，平台部分为两个立柱排架。

从图 4-109 的大样图上量得每个立柱排架的高度。如采用计算方法求立柱排架的高度，可参照［例 21］的方法。

图 4-110 为整个弧形楼梯的纵向剖示图。

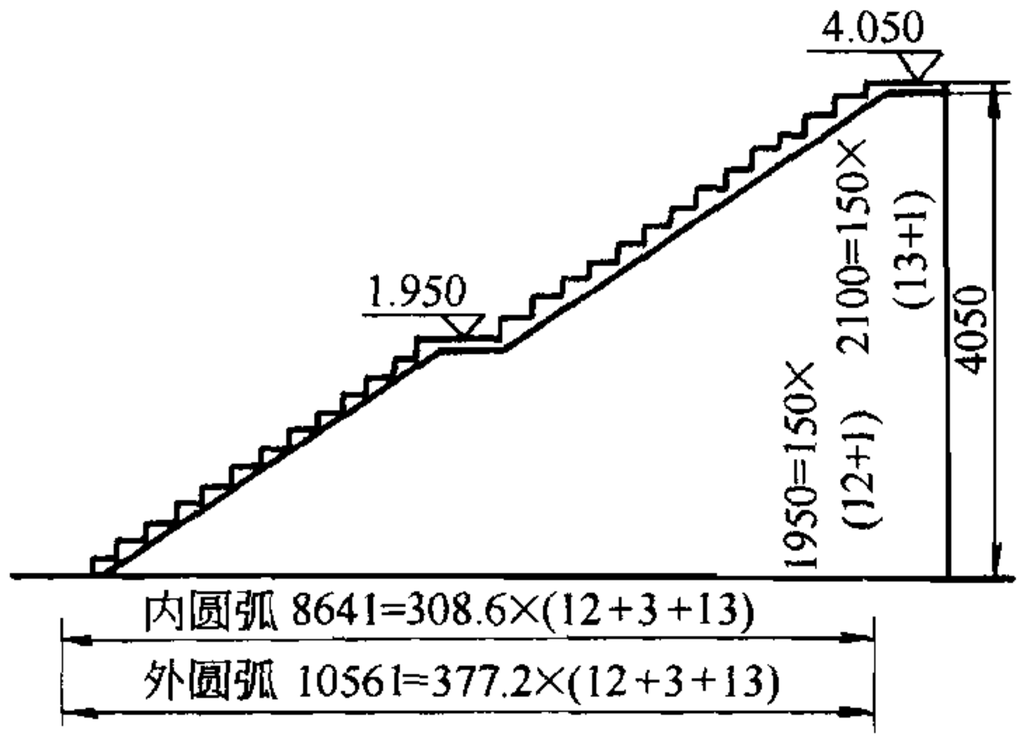


图 4-110　整个弧形楼梯纵向剖面图

(3) 施工放线

1）弧形楼梯立模施工范围内的场地应认真进行平整、夯实（应比楼梯边线至少宽出 1m）。

2）根据设计尺寸，正确定出 Q、A、A_1 点位置。

3）确定 B、B_1 位置。

如图 4-111 所示，在直角三角形 OB_1C 中

因为　　$OB_1 = 9000\text{mm}, \angle B_1OC = 55^\circ$

所以　　$OC = OB_1 \times \cos55^\circ = 9000 \times \cos55^\circ$

$= 5166\text{mm}$

$B_1C = OB_1 \times \sin55^\circ = 9000 \times \sin55^\circ$

$= 7371\text{mm}$

在 OA 线上量取 $OC = 5166\text{mm}$，得 C 点，用方角尺或经纬仪作 CB_1 垂直 OC，量取 $CB_1 = 7371\text{mm}$ 得 B_1 点。

连接 OB_1 并延长至 B 点，使 $BB_1 = 2000\text{mm}$ 得 B 点。

4）以 O 为圆心，用直接拉线法放出圆弧形楼梯的内、外圆弧线$\overset{\frown}{A_1B_1}$和$\overset{\frown}{AB}$。

5）确定平台位置 EE_1 和 FF_1。如图 4-111 所示：

因为　　$\overset{\frown}{B_1E_1} = 3703\text{mm}; \overset{\frown}{A_1F_1} = 4012\text{mm}$

所以　　$\angle B_1OE_1 = 3703 \div (9000 \times 2 \times \pi) \times 360^\circ = 23.57^\circ = 23^\circ24'12''$

$$\angle A_1OF_1 = 4012 \div (9000 \times 2 \times \pi) \times 360^\circ = 25.54^\circ = 25^\circ32'24''$$

$$\angle E_1OF_1 = 55^\circ - \angle B_1OE_1 - \angle A_1OF_1 = 5.89^\circ = 5^\circ53'24''$$

6）确定立柱排架的位置

平台上、下梯段各用六个立柱排架，其位置可用下述方法确定（以$\overset{\frown}{AF}$段为例），即可用简单的丈量方法：先连接 AF 弦，取其中点，并将该点与圆心 O 连接并延长，交内、外圆弧于 1′点、1 点，如图 4-112 所示，则 1-1′即为中间立柱排架的位置。然后仍用丈量方法，将$\overset{\frown}{A1}$和$\overset{\frown}{1F}$作三等分，并将等分点与圆心 O 点连接，则又可在$\overset{\frown}{A_1F_1}$上得到等分点，相应的等分点就是立柱排架的位置。

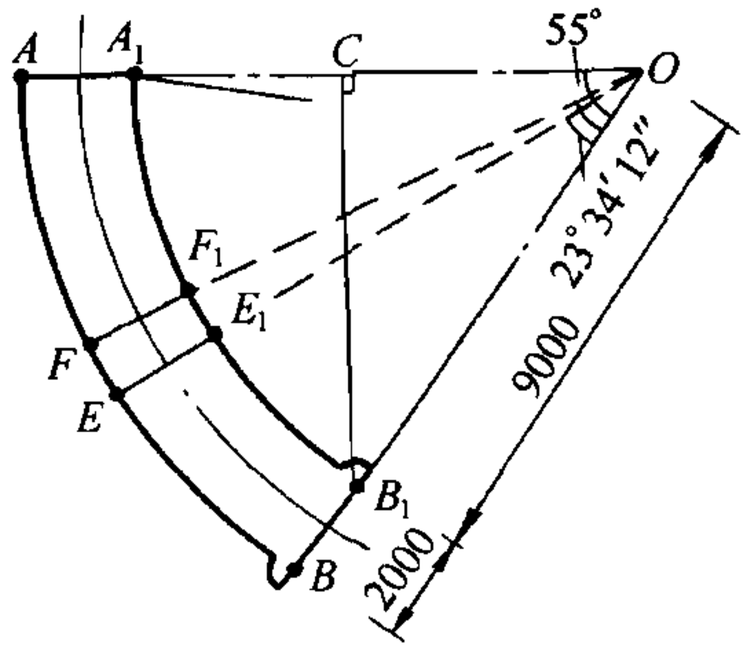


图 4-111　放线图示

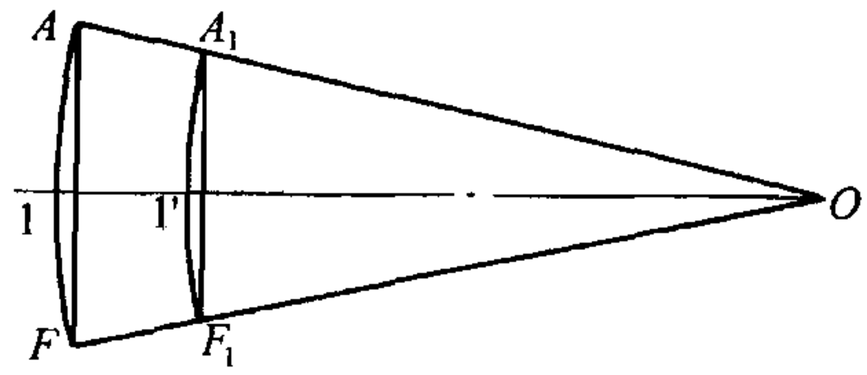


图 4-112　等分法求立柱位置

7）立柱排架就位正确后，即可进行上部的立模施工操作。

2．扇形楼梯踏步的施工放线

扇形楼梯踏步一般出现于楼梯平台处，当楼梯间的进深尺寸较小而踏步级数又较多时，常被采用，如图 4-113 所示。这种楼梯在平台处的平面形状往往呈圆形，在形式上比较富有变化。

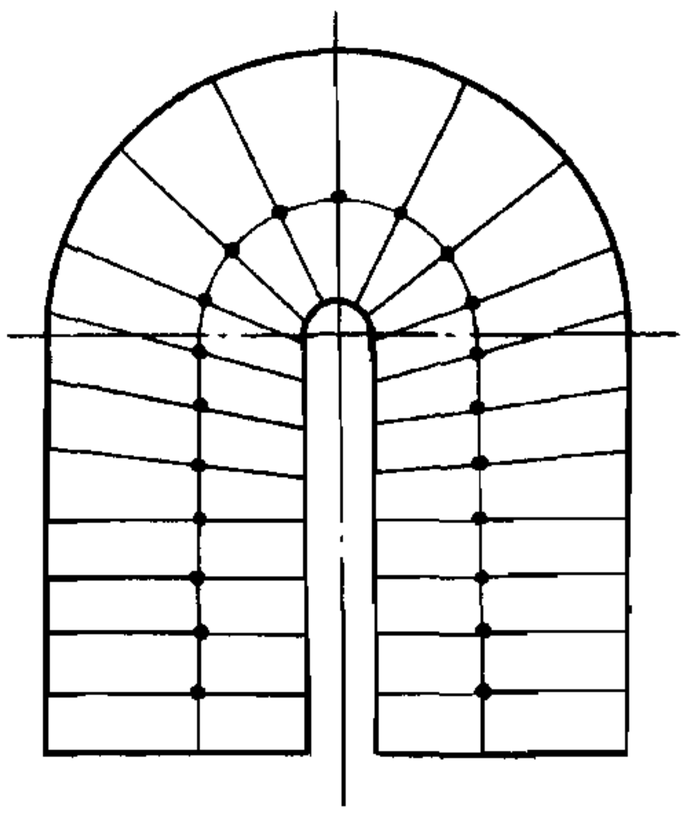


图 4-113　扇形楼梯

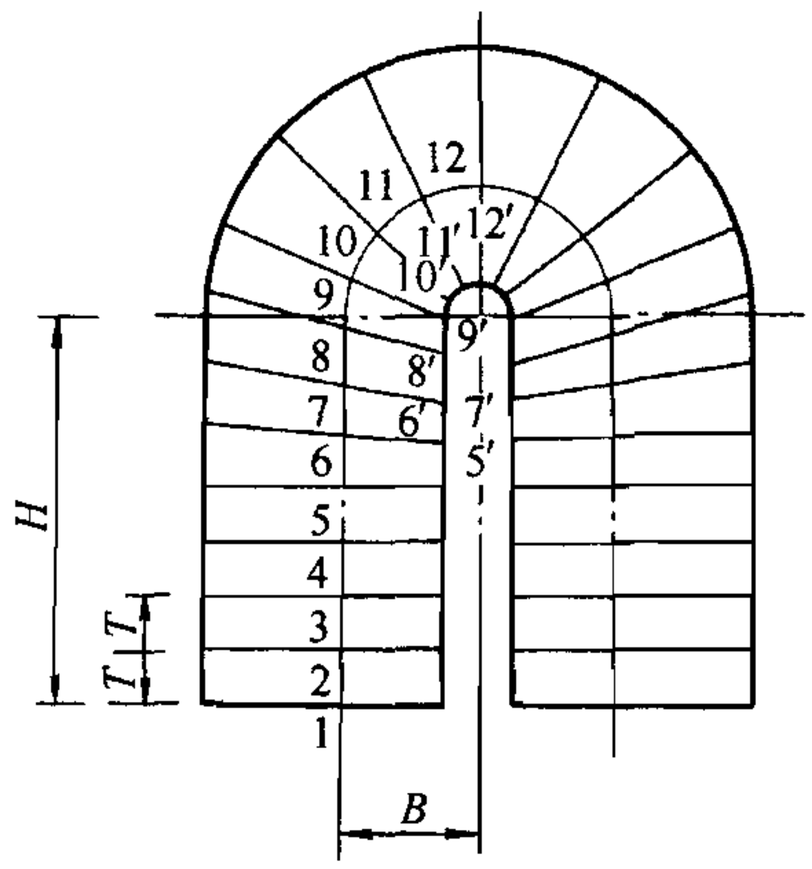


图 4-114　确定踏步深度点

扇形楼梯踏步的每个踏步呈放射形状，它与螺旋形楼梯的相同之点是每个放射形踏步的内、外侧标高是相同的。不同之点有二：一是各放射形踏步不全归向内外圆弧的圆心处，二是各放射形踏步的内外圆弧长不尽相同，仅仅在行走线上的距离是相等的。

扇形楼梯踏步在实地放样前，一般需先在平整的水泥地上做足尺大样，或在图纸上做1:5～1:10的大样图，以求得合理的踏步宽度尺寸和放射方向，常用的放样作图方法有以下两种。

方法一：

(1) 确定行走线位置，行走线是楼梯上主要人流的轨迹线。可按下述方法确定。

当楼梯宽度小于1100mm时，取楼梯宽的中线，当楼梯宽度大于1100mm时，取距楼梯内侧线500～550mm处。

(2) 根据行走线的长度和踏步数，确定踏步宽度 T，并在行走线上，依次标出各踏板的深度点，得1、2、3……12各点，如图4-114所示，踏板宽度 $T=\dfrac{H+\dfrac{1}{4}\times 2B\pi}{\text{半边踏级数}}$

(3) 作直线 AB，并在上面标出4、5、6……12各点（拟从第六点开始踏步作放射状），各点之间的间距等于 T，如图4-115所示。

(4) 过点4作任意直线 $4C$，并在其上截取 $45'=T$，截取 $5'$—$12'$等于平面图中的内侧展开线长 $5'$—$12'$。

(5) 作直线5—$5'$和12—$12'$，两线延长相交于 F 点，连接 F—6、F—7、F—8……F—11，在 $4C$ 线上得 $6'$、$7'$、$8'$……$11'$各点。

(6) 将求得的 $5'$—$6'$、$6'$—$7'$、$7'$—$8'$……各值分别移至平面图中，即为放射形踏步的内侧距离点。

(7) 连接6—$6'$、7—$7'$、8—$8'$……并延长至外圆弧，即为扇形踏步的各踏步放射线。

方法二：

(1) 同方法一中的1。

(2) 同方法一中的2。

(3) 以内外圆弧的圆心 O 为圆心，以外弧半径为半径作圆，交中心线于 S 点，见图4-116所示。

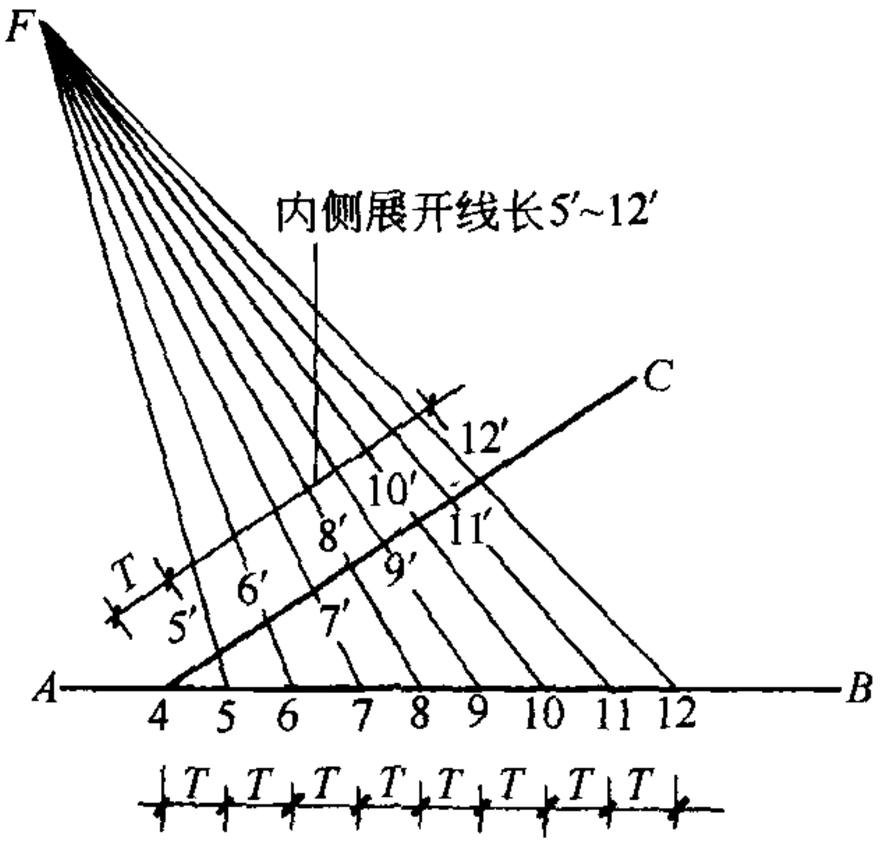


图 4-115

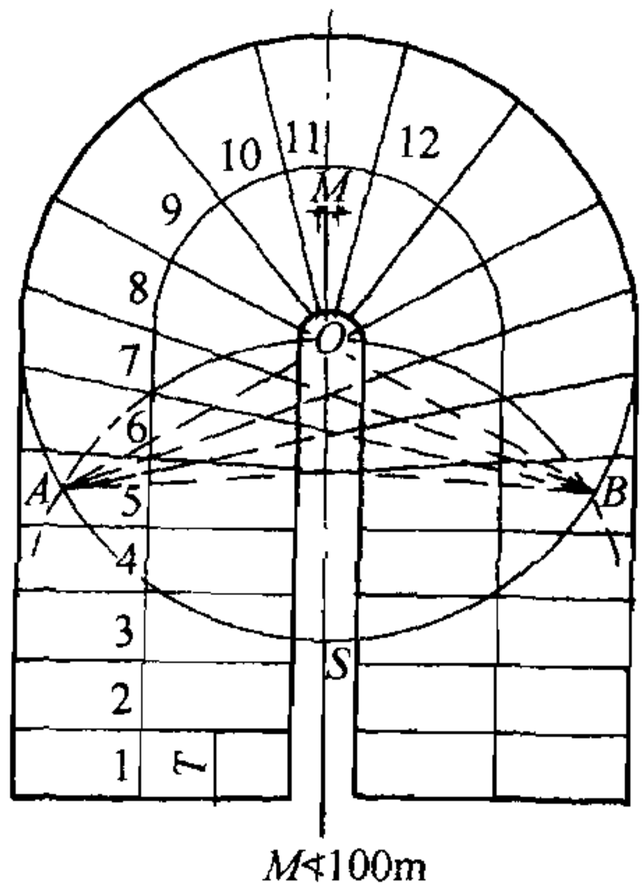


图 4-116

(4) 以 S 为圆心，相同半径作圆，两圆相交于 A、B 两点。

(5) 分别以 A、B、O 三点连接踏步行走线上各踏板的深度点，即可得出扇形踏步

各踏步的放射线。

上述两种方法中，都应该注意踏板内侧的最小宽度不小于 100mm。

4-2-8 高程控制测量

4-2-8-1 厂区高程控制测量的一般规定

1. 厂区高程控制测量的等级

厂区高程控制网系采用三、四等水准测量的方法建立。大型联合企业及独立厂区的高程控制网应分两级布设。首级为Ⅲ等水准，其下用Ⅳ等水准加密。小型企业可用Ⅳ等水准一次布设。水准网的绝对高程应从附近的高级水准点引测（被引用的水准点应经过检查），联系于网中一点，作为推算高程的依据。

2. 水准基点组的建立

为了保证水准网能得到可靠的起算依据，为了检查水准点的稳定性，应在场地适当地点建立水准基点组，其点数不得少于三个，点间距离以 50～100m 为宜，高差应用Ⅱ等水准测定。每隔一定时间，或发现有变动的可能时，应将全区水准网与水准基点组进行联测，以查明水准点高程是否变动。如经检测证实个别点有较大的变化，应及时向施工单位提出新的高程值。

3. 标桩埋设

各级水准点标桩要求坚固稳定。Ⅳ等水准点可利用平面控制点，点间距离随平面控制点而定。Ⅲ等水准点一般应单独埋设，点间距离一般以 600m 为宜，可在 400～800m 之间变动。Ⅲ等水准点一般距离厂房或高大建筑物应不小于 25m、距振动影响范围以外应不小于 5m、距回填土边线应不小于 15m。水准基点组应采用深埋水准标桩。

4-2-8-2 三、四等水准测量的要求和方法

1. 对所使用仪器的要求

Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ等水准测量的仪器应符合表 4-35 的规定。

水 准 仪 应 满 足 的 要 求 **表 4-35**

等　　级	望远镜放大倍率不小于	水准管分划值不大于	注
Ⅱ	40	12″/2mm	有符合水准器的为 30″/2mm
Ⅲ	24～30	15″/2mm	
Ⅳ	20	25″/2mm	

2. 水准测量的规则

水准点的观测工作应在水准点埋设两周后进行。观测应在呈像清晰、稳定时进行，作业中应遵守下列规定：

（1）水准视线长度以Ⅱ等 50m，Ⅲ等 65m，Ⅳ等 80m 为宜；

（2）测站前后视距离之差Ⅱ等不得大于 1m，Ⅲ等不得大于 2m，Ⅳ等不得大于 4m；

（3）两水准点间前后视累计差Ⅱ等不得大于 3m，Ⅲ等不得大于 5m，Ⅳ等不得大于 10m；

（4）视线距地面的高度Ⅱ等不应小于 0.5m，Ⅲ、Ⅳ等不得小于 0.3m。

3. 三、四等水准测量观测程序

三、四等水准测量所使用的水准尺都是3m长红黑两面的水准尺。其观测方法也相同，即采用中丝测高法，三丝读数。每一测站的观测程序可按“后前前后”进行。即：

(1) 按中丝和视距丝在后视尺黑色面上进行读数；

(2) 按中丝和视距丝在前视尺黑色面上进行读数；

(3) 按中丝在前视尺红色面上读数；

(4) 按中丝在后视尺红色面上读数。

4. 三、四等水准测量的记录与计算

每一测站之观测成果，应于观测时直接记录于规定格式的手簿中，不得记于其他纸张上再行转抄。每一测站观测完毕之后，应立即进行计算和检核。各项检核数值都在允许范围内时，仪器方可搬至下一站。

现根据三、四等水准测量记录格式，以实例表示其记录计算的方法与程序。示例表格内，格中括号内之号码，表示相应的观测读数与计算的次序。兹说明如下：

(1) 高差部分

(10) = (3) + K − (8)，(9) = (6) + K − (7)；(9) 及 (10) 对三等不得大于2mm，对四等不得大于3mm。

式中 K 为水准尺黑红面的常数差。本例中标尺 No. 12 之 K = 4787，No. 13 之 K = 4687。

(11) = (3) − (6)，(12) = (8) − (7) ±100 (100 为两尺红面常数差)。

(13) = (11) − (12) ±100 = (10) − (9)(校核)；(13) 对三等不得大于3mm，四等不得大于5mm。

(2) 视距部分

(15) = (1) − (2) = 后视距离。

(16) = (4) − (5) = 前视距离。

(17) = (15) − (16) = 前后视距差数，此值对三等不应超出2m，四等不应超过3m。

(18) = 前站 (18) + (17)。(18) 表示前后视距的累计值，对三等不应超过5m，四等不应超过10m。

(3) 检核与高差平均值的计算

观测后应按下式进行检核：

$$(13) = (11) - (12) \pm 100 \approx (10) - (9)$$

高差平均值按下列三式计算并校核：

$$(14) = \frac{1}{2}[(11) + (12) \pm 100] = (11) - \frac{1}{2}(13) = (12) \pm 100 + \frac{1}{2}(13)$$

(4) 末站检核与总视距的计算

求出 Σ (15)、Σ (16)，并用 Σ (15) − Σ (16) = (18) 对末站作检核。

所测路线的总视距 = Σ (15) + Σ (16)。

5. 水准测量的限差

Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ等水准测量均应进行往返测，或单程双线观测，其测量结果应符合表4-36的规定。

三、四等水准测量记录手簿

测线：自_____至_____　　天气及成像：_____　　观测_____

日期_____年_____月_____日　　尺常数 K：No. 12 之 $K=4787$　　记录_____

_____时_____分始_____时_____分终　　No. 13 之 $K=4687$　　检查_____

测站编号	后尺	下丝	前尺	下丝	方向及尺号	水准尺读数		K+黑减红	平均高差
		上丝		上丝					
	后视距离		前视距离			黑面	红面		
	视距差		视距累积差						
	(1)		(4)		后	(3)	(8)	(10)	
	(2)		(5)		前	(6)	(7)	(9)	
	(15)		(16)		后一前	(11)	(12)	(13)	(14)
	(17)		(18)						
1	157.1		073.9		后 12	1.384	6.171	0	
	119.7		036.3		前 13	0.551	5.239	−1	
	37.4		37.6		后一前	+0.833	+0.932	+1	+0.8325
	−0.2		−0.2						
2	212.1		219.6		后 13	1.934	6.621	0	
	174.7		182.1		前 12	2.008	6.796	−1	
	37.4		37.5		后一前	−0.074	−0.175	+1	−0.0745
	−0.1		−0.3						

水准测量结果限差 表 4-36

等级	往、返测、附合或闭合水准路线允许闭合差（mm）	
	每公里少于 15 站	每公里多于 15 站
Ⅱ	$4\sqrt{R}$ 或 $1\sqrt{n}$	$5\sqrt{R}$ 或 $1.2\sqrt{n}$
Ⅲ	$12\sqrt{R}$ 或 $3\sqrt{n}$	$15\sqrt{R}$ 或 $3.5\sqrt{n}$
Ⅳ	$20\sqrt{R}$ 或 $5\sqrt{n}$	$25\sqrt{R}$ 或 $6\sqrt{n}$

注：表中 R 为附合或闭合水准路线长的公里数，或为两水准点间往（或返）测水准路线长的公里数，n 为往（或返）测的测站数。

4-2-8-3 水准网的平差计算

水准网的平差，根据水准路线布设的情况，可采用各种不同的方法。附合在已知点上构成结点的水准网，采用结点平差法。若水准网只具有 2～3 个结点，路线比较简单，则采用等权代替法。作为厂区高程控制的水准网，一般都构成环形，而且网中只具有惟一的高程起算点，因而多采用多边形图解平差法。这种方法全部计算都在图上进行，可迅速求得平差结果。兹以实例说明：

在图 4-34 所示水准网中，已知各路线的观测高差及距离如表 4-37。计算按如下步骤进行：

(1) 绘出水准网略图，在图上注记各路线的编号、距离及观测方向（用箭头表示）。环的编号按一定规律编定序号。按顺时针方向算出各环的闭合差，写在环的中央框内，并在框顶用箭头表示转向。

观 测 数 据 和 平 差 计 算 表　　表 4-37

起 迄 点	路线编号	观测高差 (m)	距 离 (km)	改 正 数 (mm)	改正后高差 (m)
A—*B*	1	+1.4315	0.63	−4.6	+1.4269
B—*C*	2	+3.4145	0.75	+3.5	+3.4180
C—*D*	3	−4.3715	0.74	−2.0	−4.3735
D—*A*	4	−0.4745	0.70	+3.1	−0.4714
E—*A*	5	−4.8870	0.50	−5.9	−4.8929
B—*E*	6	+3.4705	0.37	−4.5	+3.4660
C—*E*	7	+0.0450	0.40	+3.0	+0.0480
D—*E*	8	+4.4245	0.42	−3.0	+4.4215

(2) 就每一环，算出各边长与全环周长的比值，写在其边外侧的方框上。

如Ⅰ环：*AB* 为 0.63∶(0.63 + 0.50 + 0.37) = 0.63∶1.50 = 0.42；

BE 为 0.37∶1.50 = 0.25；

EA 为 0.50∶1.50 = 0.33。

检核每环环节比值之总和应为 1。

(3) 由闭合差最大的环 (Ⅰ) 环开始，将其闭合差按边长比值（即用框顶红色数字乘上闭合差），以相同符号分配于各边外侧的方框内（图 4-117）中的Ⅰ-1、Ⅰ-5、Ⅰ-6 三个方框)。

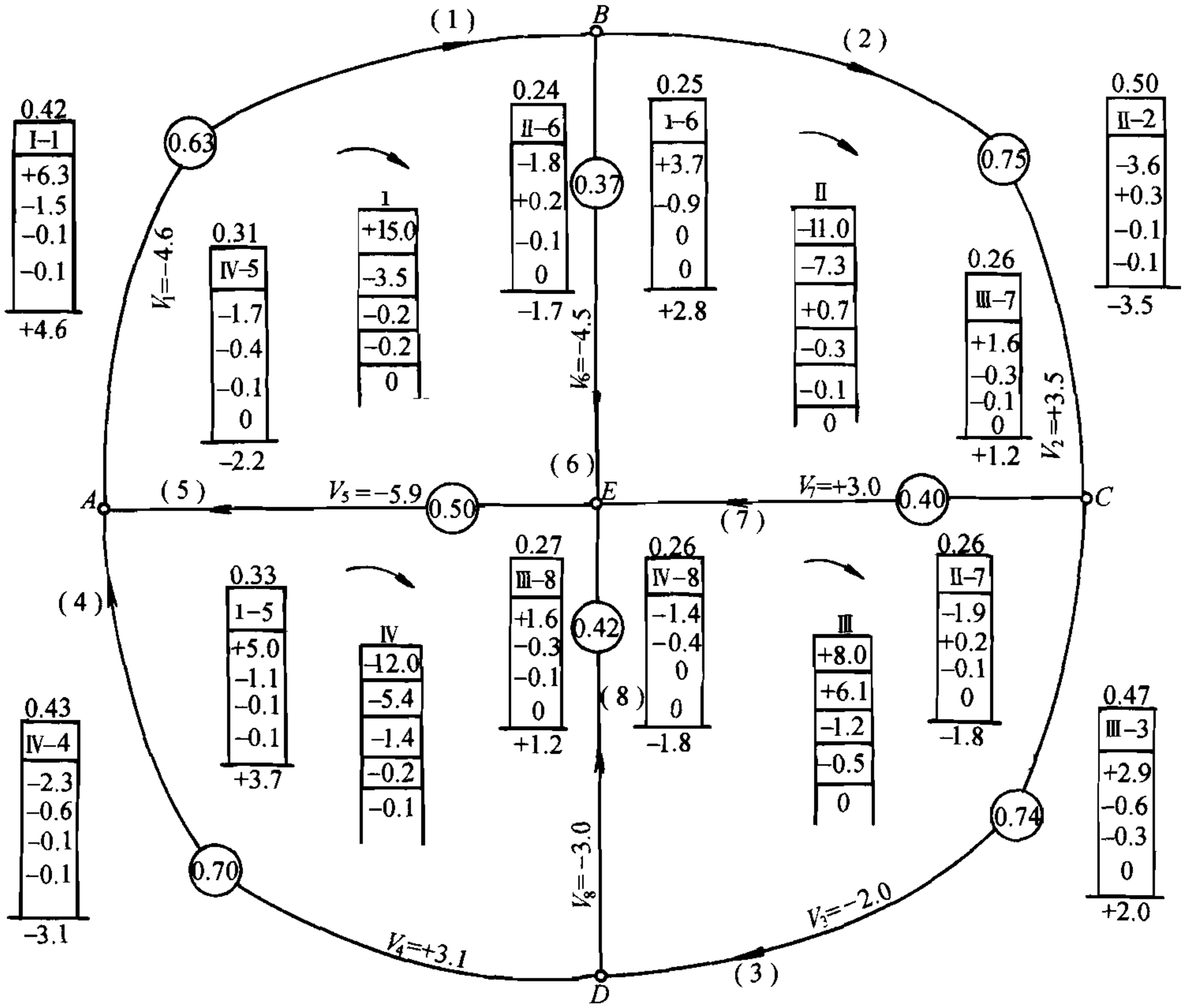


图 4-117　水准网平差示意图

(4) 由于第Ⅱ环与第Ⅰ环有一条公共边（*BE*）（即路线 6），因而第Ⅱ环产生新的闭合差，将Ⅰ环配赋予公共边 *BE* 上的 +3.7，加在Ⅱ环原闭合差 -11.0 上即得 W'_2 = 3.7 - 11.0 = -7.3。

(5) 将Ⅱ环新闭合差，按同法进行分配，并写在Ⅱ-2、Ⅱ-6、Ⅱ-7 各框内。

(6) 将Ⅱ-7 框内第一个数值，加在第Ⅲ环闭合差上，则第Ⅲ环新闭合差 W'_3 = -1.9 + 8.0 = +6.1。

(7) 将第Ⅲ环新闭合差按同法分配在Ⅲ-3、Ⅲ-7、Ⅲ-8 各框内。

(8) 将Ⅰ-5、Ⅲ-8 两框内第一个数值加在第Ⅳ环原闭合差上，即得第Ⅳ环的新闭合差 W'_4 = 5.0 + 1.6 - 12.0 = -5.4，然后将 -5.4 按同法分配在Ⅳ-4、Ⅳ-5、Ⅳ-8 各框内。

(9) 于是回到第Ⅰ环，将Ⅱ-6、Ⅳ-5 框内第一个数值相加，即得第Ⅰ环新闭合差 W'_1 = -1.8 - 1.7 = -3.5 将 -3.5 数值，按同法再进行分配，依次类推，直至各环组成新闭合差均变为零为止。

(10) 将各单线方框内的数值相加，并记在框的下方。

(11) 求各边的改正数：

对于单独边的改正数，把环外侧框下方的数值，挪到框内侧来，其数不变，符号相反。如线路 1，其 V_1 = -4.6mm；线路 2，其 V_2 = +3.5mm。对于公共边的改正数，以路线顺时针转向。把环边外侧框内下方数值，变其符号挪到内侧来，与内侧框下方数值相加，即得其路线的改正值。如线路 5，其 V_5 = (-2.2) + (-3.7) = -5.9mm；线路 8，其 V_8 = (-1.8) + (-1.2) = -3.0mm。

(12) 改正数的检核：可就每个环，按照顺时针转向，取各边改正数的代数和，其值应等于该环的闭合差（符号相反）。就Ⅰ环来说，则有：$V_1 + V_5 + V_6$ = (-4.6) + (-5.9) + (-4.5) = -15.0mm，本例中各观测路线改正数均列于表 4-37 中。

4-2-9 标桩的埋设

施工控制测量的最终成果，必须在地面上精确的固定下来，因而要埋设稳定牢固的标桩，这是施工控制测量中的主要工作之一。

4-2-9-1 平面控制点标桩

1. 标桩种类及埋设

平面控制点的标桩有永久性和临时性两种。永久性标桩的埋设应考虑到在施工和生产中能长期保存，不致发生下沉和位移。标桩的埋深不得浅于 0.5m，冻土地区标桩的埋深不得浅于冻土线以下 0.5m。标桩顶面以高于地面设计高程 0.3m 为宜。

临时性标桩一般以木桩为主，也有采用铁桩和金属管段等。其规格和打入地下的深度依地区条件而定。木桩打入土中之后，应将桩顶锯平。为了保证桩位稳定，可将桩四周浮土挖去，以混凝土将木桩包固。

2. 标桩型式

(1) 三角点和导线点　三角点和导线点采用图 4-118 所示型式的标桩。用直径 30mm 以上的粗钢筋，将上端磨平，在上面刻划十字线作为标点，下端弯成钩形，将其浇灌于混凝土之中。桩顶尺寸为 15cm×15cm，桩底尺寸与埋设深度根据具体情况决定。

(2) 轴线网、方格网及厂房控制网点，由于轴线网、方格网及厂房控制测量工作，都

必须进行点位的归化改正或调整，因此标桩型式与三角点、导线点有所不同。在标桩的顶部安放一块 10cm×10cm 的钢板，钢板下面焊有锚固钩，然后将其埋固于桩身混凝土之中(图 4-119)，以便作为调整点位使用。在标板上最后标定点位时，最好在钢板上钻一直径为 1~2mm 的小孔，通过中心画一十字线。小孔周围用红漆画一圆圈，使点位醒目。

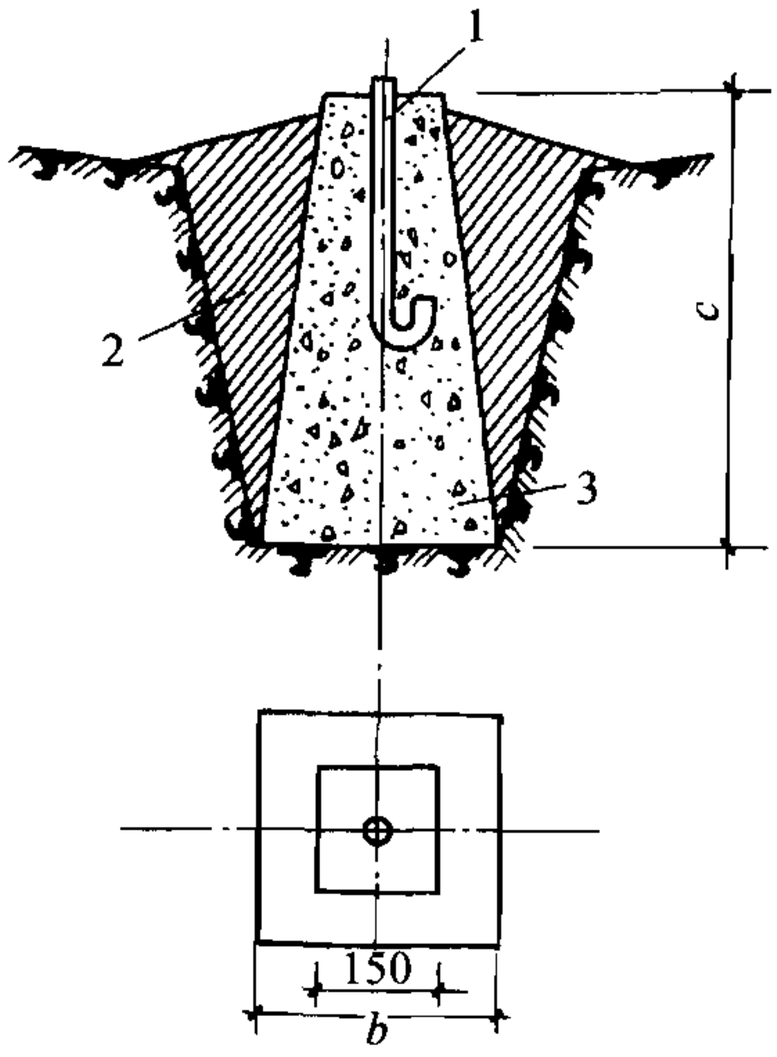


图 4-118　导线点和三角点

1—粗钢筋；2—回填土；3—混凝土

图中 b、c 按埋设深度确定

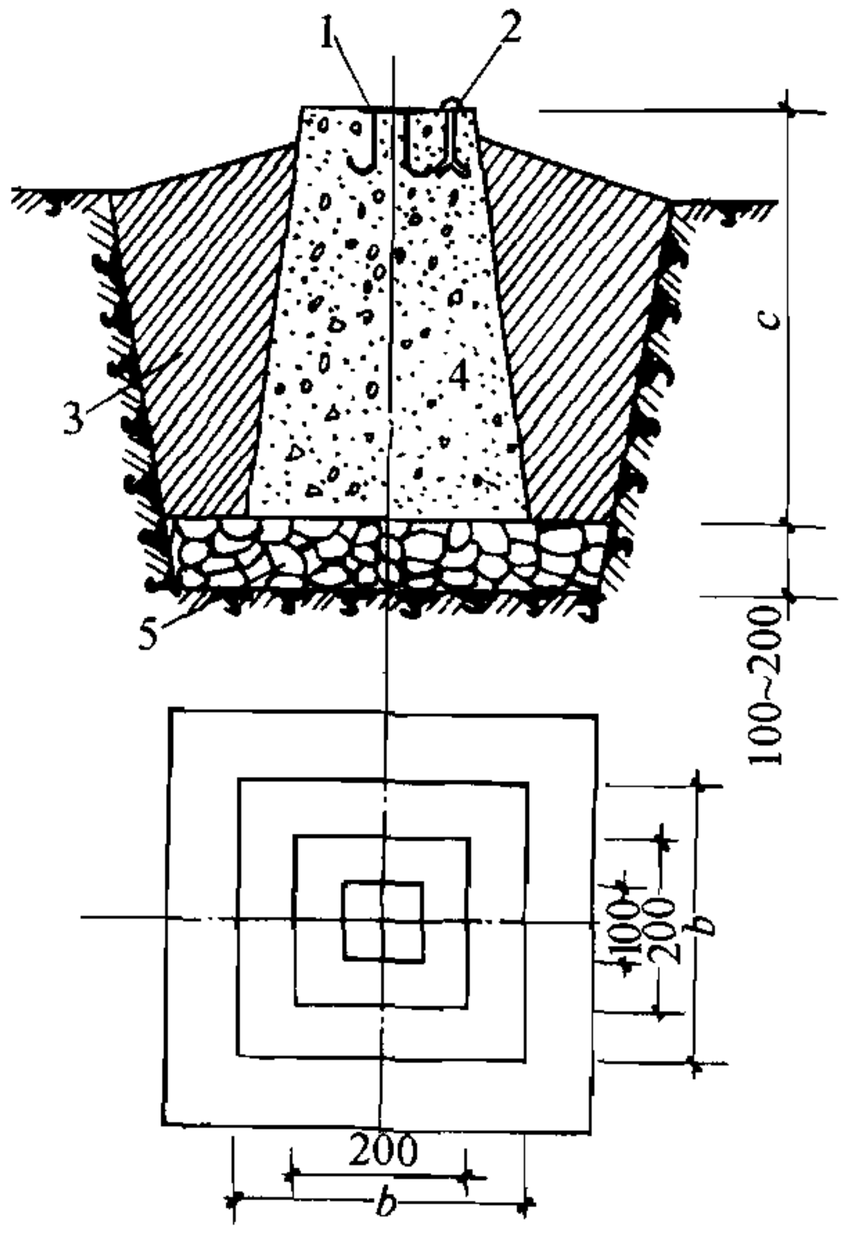


图 4-119　方格网及厂房控制网点

1—金属标板；2—圆头铆钉；3—回填土；4—混凝土；5—块石混凝土

图中 b、c 按埋设深度确定

这两种类型的标桩，可以预制，也可以临时挖坑就地浇灌。

3. 标桩的保护

对于测量标桩，应采取适当的保护措施，防止受到毁坏。如在标桩四周打入保护桩，在上面围绕铁丝。

4-2-9-2　水准点标桩

1. 标桩埋设

水准点标桩的埋深和标桩的尺寸及型式，根据水准点等级、地质和气候等条件决定。但Ⅲ等水准点的埋深不得浅于 1.5m，Ⅳ等水准点不得浅于 0.8m，水准基点不得浅于 2m。冻土地区标桩埋设深度不得浅于冻土线以下 0.5m。埋深均以天然土计，垫层与松土除外。水准基点与专用水准标桩要砌筑并保护。

2. 水准点标桩形式

(1) 深埋水准点　深埋水准点标桩的型式应根据材料等具体条件决定，现介绍一种采用钻孔的方法建造的深埋水准点。先以手摇钻在地面钻孔，孔径 200mm 左右，孔深应至冰冻层以下 0.5~1m。将钢轨插入孔内，然后以混凝土或 1:2 水泥砂浆灌入钻孔深度的三分之一处。待混凝土凝固后，灌入粗砂或矿渣至地面 50cm 处。在钢轨露出砂面的部分至水准标点处，用油毡包扎数层，再在四周浇灌 100cm×100cm×15cm 的混凝土，于混凝土上砌筑防护井，最后在混凝土上填矿渣或粗砂一层（图 4-120)。深埋水准点用于水准基

点组。

(2) 专用水准点（图 4-121）其制作方法与三角点或导线点相似。用直径 30mm 以上的粗钢筋，上端磨成半圆形，下端弯成钩形，将其埋固于混凝土之中。这种型式水准点可先预制然后埋设，亦可在现场挖坑浇灌。最后在标桩上部放置一预制防护井圈，上加保护盖。专用水准点用于Ⅲ等水准。

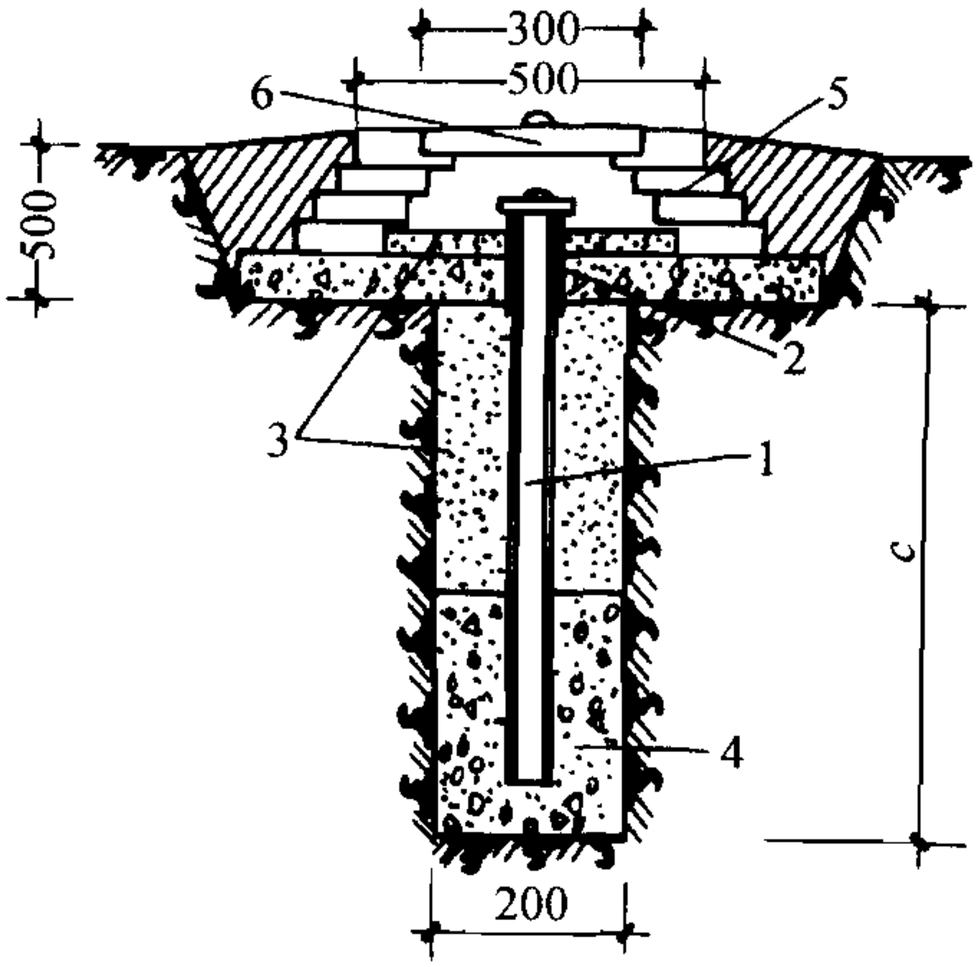


图 4-120　深埋水准点

1—钢轨或钢管；2—油毡；3—粗砂或矿渣；
4—混凝土；5—红砖；6—保护盖
图中 c 按埋设深度确定

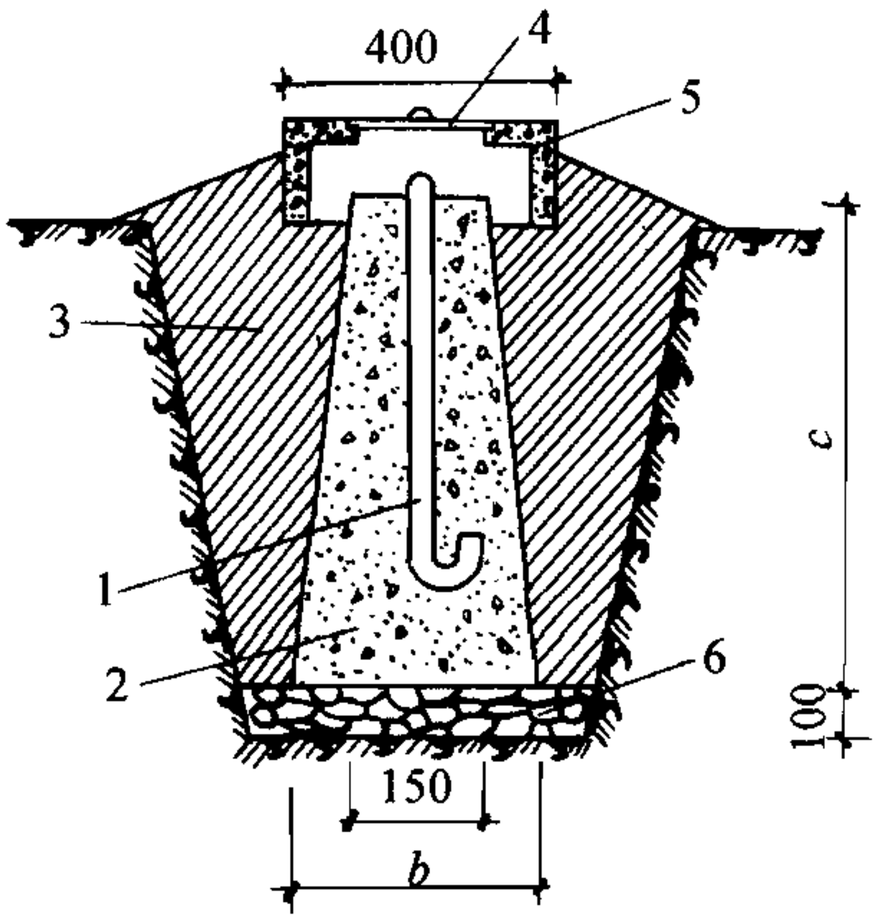


图 4-121　专用水准点

1—钢筋；2—混凝土；3—回填土；4—保护盖；
5—防护井圈；6—块石混凝土
图中 b、c 按埋设深度确定

(3) 以平面控制点代替水准点　一般施工经常使用的水准点，可附设于平面控制点上。如图 4-119 所示，在标板附近埋设一圆头铆钉作为水准标点。